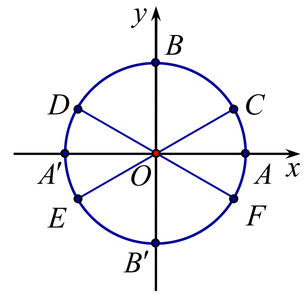
Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Nghiệm của phương trình $2\sin x+1=0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào ?



A. Điểm E, điểm D. **B.** Điểm C, điểm F. **C.** Điểm D, điểm C. **D.** Điểm E, điểm F.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\sin x+1=0 \Leftrightarrow \sin x=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vậy chỉ có hai điểm E và F thỏa mãn.

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Khẳng định nào dưới đây là **sai** ?

A. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Chọn A

Ta có các kết quả sau:

+ Hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

+ Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ.

+ Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ.

+ Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 3: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\tan 3x=\tan x$ là

A. $x=\dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ **C.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{k\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn B

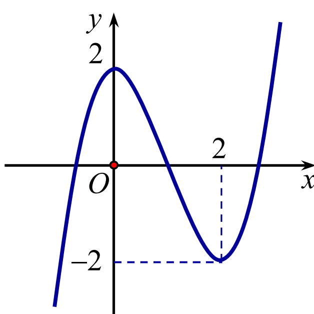
Ta có $\tan 3x=\tan x \Leftrightarrow 3x=x+k\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}.$

Trình bày lại

ĐK: $\begin{cases} \cos 3x\neq 0 \\ \cos x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3} \\ x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi \end{cases} (*)$

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$. Kết hợp điều kiện $(*)$ suy ra $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?

A. $-2 \le m \le 0$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $0 \le m \le 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin x - m = 1 \Leftrightarrow \sin x = m + 1$.

Khi đó YCBT $\Leftrightarrow -1 \le m + 1 \le 1 \Leftrightarrow -2 \le m \le 0$.

Câu 6: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $\sin\frac{x}{2} = 1$.

A. $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin\frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = 1 - \sin x$. **B.** $y = |\sin x|$. **C.** $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. **D.** $y = \sin x + \cos x$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$\forall x \in D : x \in D \Rightarrow -x \in D\ (1)$

Ta có $f(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin(x)| = |\sin(x)| = f(x)\ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra hàm số $y = |\sin x|$ là hàm chẵn.

Câu 8: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn A

$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x + 1$. **B.** $y = x^2$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = \sin x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

Câu 10: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Công thức tính số tổ hợp là:

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn A

$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x + 1$. **B.** $y = x^2$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = \sin x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

Câu 13: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{5\cos 2x + 1}{2}$ là

A. 1 và 2. **B.** 3 và 2. **C.** 3 và -2. **D.** -3 và 1.

Lời giải

Chọn C

$-1 \le \cos 2x \le 1 \Leftrightarrow -5 \le 5\cos 2x \le 5 \Leftrightarrow -4 \le 5\cos 2x + 1 \le 6 \Leftrightarrow -2 \le \frac{5\cos 2x + 1}{2} \le 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2.

Câu 14: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $f\left(x\right)=\cot x$ là

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\left(2k+1\right)\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\left(2k+1\right)\frac{\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

$f\left(x\right)$ xác định khi và chỉ khi $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 15: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Điều kiện xác định của hàm số $y=\frac{\sin x-\cos x}{\cos x}$ là

A. $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x\neq k2\pi$. **C.** $x\neq k\frac{\pi}{2}$. **D.** $x\neq k\pi$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Câu 16: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Phương trình $\cos x=a$ có nghiệm với mọi số thực a.

B. Phương trình $\tan x=a$ và phương trình $\cot x=a$ có nghiệm với mọi số thực a.

C. Phương trình $\sin x=a$ có nghiệm với mọi số thực a.

D. Cả ba đáp án trên đều **sai**.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có hàm $y=\cos x$ và $y=\sin x$ nhận giá trị trên đoạn $\left[-1;1\right]$ nên A và C **sai** suy ra D cũng **sai**.

Cách 2: Hàm $y=\tan x$ và $y=\cot x$ nhận giá trị trên tập số thực nên B đúng.

Câu 17: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ π?

A. $y=\sin 2x.$ **B.** $y=\tan 2x.$ **C.** $y=\cos x.$ **D.** $y=\cot\frac{x}{2}.$

Lời giải

Chọn A

$\sin\left[2\left(x+\pi\right)\right]=\sin\left(2x+2\pi\right)=\sin 2x$; Giả sử có số T sao cho $0<T<\pi$ và

$\sin\left[2\left(x+T\right)\right]=\sin 2x,\forall x\in\mathbb{R}.$

Chọn $x=\frac{\pi}{4}$, ta được $\sin\left[2\left(\frac{\pi}{4}+T\right)\right]=\sin\frac{\pi}{2}=1\Leftrightarrow\cos 2\text{T}=1$.

Điều này trái giả thiết $0<T<\pi$. Vậy π là chu kỳ của hàm số $y=\sin 2x$.

Câu 18: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Phương trình $\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0$ có nghiệm là

A. $-\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{6}+k\pi$

Ta có $\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 19: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kỳ:

A. $T=k\pi$. **B.** $T=2\pi$. **C.** $T=k2\pi$. **D.** $T=\pi$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất trong sgk 11 thì hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì π.

Câu 20: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Trong các hàm số sau đây, hàm nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y=\cos x-\sin^2 x$. **B.** $y=\tan x$. **C.** $y=\sin^3 x\cos x$. **D.** $y=\sin x$.

Lời giải

Chọn A

Trong 4 hàm số trên chỉ có hàm số $y=\cos x-\sin^2 x$ là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Thật vậy:

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$.

Và $y(-x)=\cos(-x)-\sin^2(-x)=\cos x-\sin^2 x=y(x)$

Nên hàm số $y=\cos x-\sin^2 x$ là hàm số chẵn.

Câu 21: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Hàm số $y=\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(2): Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(3): Hàm số $y=\tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

(4): Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Tìm số phát biểu đúng.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải.

Chọn A

Dễ thấy các phát biểu $(1);(2);(3)$ đúng.

Xét (4): $y=\cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}\Rightarrow$ ĐKXĐ: $\sin x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\pi\Rightarrow D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 22: **[2D-3](THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-mx^2+3x+1$ (m là tham số thực). Tìm giá trị nhỏ nhất của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $D=\mathbb{R}$.

$y'=mx^2-2mx+3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in R$ $\Leftrightarrow mx^2-2mx+3\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}(*)$

Trường hợp 1: $m=0\Rightarrow y'=3>0\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $R\Rightarrow m=0$ thỏa yêu cầu.

Trường hợp 2: $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\ \Delta'=m^2-3m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\le 3$.

Kết hợp hai trường hợp ta có $0\le m\le 3$ nên $m=0$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 23: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong các hàm số sau, hàm số nào tuần hoàn với chu kì 2π ?

A. $y=\cos 2x$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa, hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kì 2π, các hàm số lượng giác còn lại $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\cos 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

Xét $y=\cos 2x$: ta có $y(x+\pi)=\cos 2(x+\pi)=\cos(2x+2\pi)=\cos 2x=y(x)$ nên $y=\cos 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

Câu 24: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Nghiệm phương trình $2\sin x=1$ có dạng nào dưới đây?

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{R})$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k3\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{R})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\sin x=1\Leftrightarrow\sin x=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 25: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 26: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Phương trình $\tan\left(3x-30^\circ\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ có tập nghiệm là

A. $\{k180^\circ,\ k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\{k60^\circ,\ k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\{k360^\circ,\ k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\{k90^\circ,\ k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn B

$\tan\left(3x-30^\circ\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow\tan\left(3x-30^\circ\right)=\tan\left(-30^\circ\right)$

$\Leftrightarrow 3x-30^\circ=-30^\circ+k180^\circ\Leftrightarrow x=k60^\circ,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 27: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Nghiệm của phương trình $\cos 2x-5\sin x-3=0$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$\cos 2x-5\sin x-3=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-5\sin x-3=0\Leftrightarrow 2\sin^2 x-5\sin x-2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-\frac{1}{2}(n)\\ \sin x=-2(l)\end{array}\right.\Leftrightarrow\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 28: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{\tan x-1}{\sin x}+\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{\tan x-1}{\sin x}+\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ xác định khi:

$\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow 2x\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq\dfrac{k\pi}{2}$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 29: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

$\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 30: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\sin x=-1$ là:

A. $x=\dfrac{-\pi}{2}+\dfrac{k\pi}{2}$. **B.** $x=\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi$. **C.** $x=-\pi+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{-\pi}{2}+k\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 31: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Chu kì tuần hoàn của hàm số $y=\sin 2x$ là:

A. 3π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\sin 2x=\sin\left(2x+2\pi\right)=\sin 2\left(x+\pi\right)$. Suy ra chu kì của hàm số là $T=\pi$.

Giải nhanh: Hàm số $y=\sin\left(ax+b\right)$ là $T=\dfrac{2\pi}{|a|}=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$.

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = \frac{2\pi}{3}$. **C.** $x = \frac{\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Vậy các nghiệm của phương trình là $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm?

A. 13. **B.** Vô số. **C.** 26. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $5^2 + (-12)^2 \ge m^2 \Leftrightarrow m^2 \le 169$ $\Leftrightarrow -13 \le m \le 13$.

Suy ra có 27 số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm.

Câu 4: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, $(m \in \mathbb{R})$.

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm\arctan m + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \arctan m + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \arctan m + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y = -\tan x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=-\tan x$ xác định khi: $x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Phương án nào sau đây là **sai**?

A. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$.

B. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

C. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

D. $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Do đó đáp án B sai.

Câu 7: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\cos x=-1$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Chọn B

B sai vì hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 9: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\sin x=1$ là

A. $-\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $-\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tập giá trị của hàm số $y=\sin 2x$ là:

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[0;1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-1\le\sin 2x\le 1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $[-1;1]$.

Câu 11: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì π.

B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.

C. Hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì π. **D.** Hàm số $y=\sin 2x$ tuần hoàn với chu kì π.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\tan x$; $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kì π

Hàm số $y=\sin x$; $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì 2π

Hàm số $y=\sin 2x=\sin\left(2x+2\pi\right)=\sin\left[2\left(x+\pi\right)\right]$. Vậy hàm số tuần hoàn với chu kì π.

Vậy đáp án B sai.

Câu 12: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x+1=0$ trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};10\pi\right]$ là:

A. 12. **B.** 11. **C.** 20. **D.** 21.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình tương đương: $\sin x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi\\x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

+ Với $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ ta có $-\dfrac{3\pi}{2}\le-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\le10\pi$, $k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\dfrac{-2}{3}\le k\le\dfrac{61}{12}$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow 0\le k\le5$, $k\in\mathbb{Z}$. Do đó phương trình có 6 nghiệm.

+ Với $x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ ta có $-\dfrac{3\pi}{2}\le\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\le10\pi$, $k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\dfrac{-4}{3}\le k\le\dfrac{53}{12}$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow -1\le k\le4$, $k\in\mathbb{Z}$. Do đó, phương trình có 6 nghiệm.

+ Rõ ràng các nghiệm này khác nhau từng đôi một, vì nếu

$$-\frac{\pi}{6}+k2\pi=\frac{7\pi}{6}+k'2\pi\Leftrightarrow k-k'=\frac{2}{3}\text{ (vô lí, do } k,\ k'\in\mathbb{Z}\text{)}.$$

Vậy phương trình có 12 nghiệm trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};10\pi\right]$.

Câu 13: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Phương trình $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{x=\pm\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\dfrac{5\pi}{6}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Phương trình $\cos x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{x=\pm\frac{3\pi}{4}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow x=\pm\frac{3\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{x=\pm\frac{3\pi}{4}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\sin 2x-5$ lần lượt là:

A. 3 ; -5. **B.** -2; -8. **C.** 2; -5. **D.** 8; 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $-1\le\sin 2x\le 1\Rightarrow -8\le 3\sin 2x-5\le -2\Rightarrow -8\le y\le -2$.

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là $-2;-8$.

Câu 16: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $2\sin x-3=0$.

A. $x\in\varnothing$.

B. $\left[\begin{array}{l}x=\arcsin\left(\frac{3}{2}\right)+k2\pi\\ x=\pi-\arcsin\left(\frac{3}{2}\right)+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\arcsin\left(\frac{3}{2}\right)+k2\pi\\ x=-\arcsin\left(\frac{3}{2}\right)+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\sin x-3=0\Leftrightarrow\sin x=\frac{3}{2}>1$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 17: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $y=\tan x$ nghịch biến trong $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $y=\cos x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

C. $y=\sin x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$. **D.** $y=\cot x$ nghịch biến trong $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y=\tan x$ đồng biến.

Câu 18: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\right\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5\pi}{12}+k\pi\right\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\right\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5\pi}{6}+k\pi\right\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định khi $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\neq 0 \Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{5\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{5\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}\right\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 19: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Phương trình $\left(\sqrt{3}\tan x+1\right)\left(\sin^2 x+1\right)=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

B. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$.

D. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Do $\sin^2 x+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên phương trình đã cho tương đương với

$\sqrt{3}\tan x+1=0 \Leftrightarrow \tan x=-\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan x=\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ (nhận).

Câu 20: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\cos x=1$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

C. $x=k\pi$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 21: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2\cos x-\sqrt{2}=0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{7\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{7\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

$$2\cos x-\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 22: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tìm điều kiện xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$.

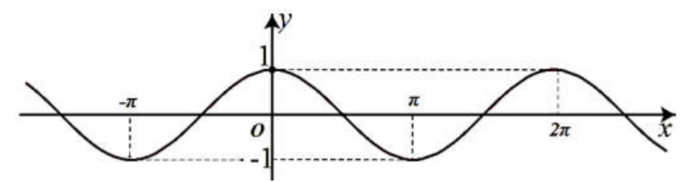
A. $x\neq\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x\in\mathbb{R}$. **D.** $x\neq k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\sin x.\cos x\neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 23: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=1+\sin x$. **B.** $y=1-\sin x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\cos x$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào lý thuyết đây là đồ thị của hàm $y=\cos x$.

Câu 24: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số chẵn. **B.** Hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số chẵn. **D.** Hàm số $y=\cot x$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Chọn B

Các hàm số $y=\sin x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$ là hàm số lẻ, hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 25: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Giải phương trình $\sqrt{3}\tan 2x-3=0$.

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{3}\tan 2x-3=0 \Leftrightarrow \tan 2x=\sqrt{3} \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{3}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 26: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Tập giá trị của hàm số $y=\cos x$ là ?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn D

Với $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có $\cos x \in [-1;1]$.

Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là $[-1;1]$.

Câu 27: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kì π.

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kì π $\Rightarrow$ đáp án A sai.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kì 2π $\Rightarrow$ đáp án B sai.

Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi;\pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ đáp án D sai.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Tập nghiệm của phương trình $2\sin 2x+1=0$ là

A. $S=\left\{-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $S=\left\{-\frac{\pi}{6}+k2\pi,\frac{7\pi}{12}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.
C. $S=\left\{-\frac{\pi}{12}+k2\pi,\frac{7\pi}{12}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $S=\left\{-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\sin 2x+1=0\Leftrightarrow \sin 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin 2x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\2x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=\frac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Điều kiện xác định của hàm số $y=\frac{1-\sin x}{\cos x}$ là

A. $x\neq\frac{5\pi}{12}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x\neq\frac{5\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x\neq\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-1$ và $y=-3$.
B. $x=-1$ và $y=3$.
C. $x=1$ và $y=2$.
D. $x=2$ và $y=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{2x-3}{x-1}=-\infty$ suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 4: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\tan 2x$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\tan 2x$ xác định khi $\cos 2x\neq 0\Leftrightarrow 2x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 5: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình: $3\cos x+\cos 2x-\cos 3x+1=2\sin x.\sin 2x$. Gọi α là nghiệm lớn nhất thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình. Tính $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương: $3\cos x+\cos 2x-\cos 3x+1=\cos x-\cos 3x\Leftrightarrow 2\cos x+\cos 2x+1=0$

$\Leftrightarrow\cos^2 x+\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$.

Vì $x\in(0;2\pi)$ nên $x\in\left\{\dfrac{\pi}{2};\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right\}$. Nghiệm lớn nhất của phương là $\alpha=\dfrac{3\pi}{2}$.

Vậy $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\dfrac{5\pi}{4}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Xét bốn mệnh đề sau:

(1) Hàm số $y=\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(2) Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(3) Hàm số $y=\tan x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

(4) Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Số mệnh đề đúng là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Các mệnh đề đúng là

(1) Hàm số $y=\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(2) Hàm số $y=\cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(3) Hàm số $y=\tan x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Phương trình $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+2\pi$.

Lời giải

Chọn C

$\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 8: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Phương trình $\sin x=1$ có một nghiệm là

A. $x=\pi$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}$.

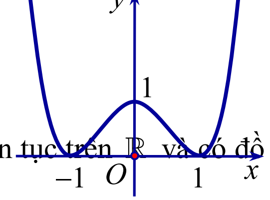
Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

Do đó $x=\frac{\pi}{2}$ là một nghiệm của phương trình $\sin x=1$.

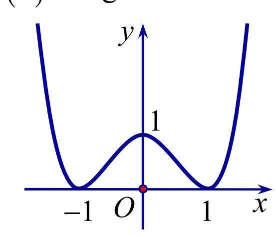
Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 10: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Vậy chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 11: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x=1$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 12: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(3;0)$ và vectơ $\vec{v}=(1;2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A'. Tọa độ điểm A' là

A. $A'(4;2)$. **B.** $A'(2;-2)$. **C.** $A'(-2;2)$. **D.** $A'(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là $\begin{cases} x'=x+1 \\ y'=y+2 \end{cases}$ nên ảnh của điểm $A(3;0)$ là điểm $A'(4;2)$.

Câu 13: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$.

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 14: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Giải phương trình $2\cos x-1=0$

A. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $2\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho các mệnh đề sau

(I) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số chẵn.

(II) Hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất là 5.

(III) Hàm số $f(x)=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

(IV) Hàm số $f(x)=\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

* Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\forall x\in D$, ta có: $-x\in D$ và $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{(-x)^2+1}=\dfrac{-\sin x}{x^2+1}=-f(x)$.

Vậy hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số lẻ.

Do đó (I) sai.

* Xét hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f(x)=3\sin x+4\cos x=5\left(\dfrac{3}{5}\sin x+\dfrac{4}{5}\cos x\right)$

Đặt $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$, $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$. Ta có $f(x)=5\sin(x+\alpha)\le|5|$

$\Rightarrow$ $\max f(x)=5$ khi $\sin(x+\alpha)=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}-\alpha+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất là 5.

Do đó (II) đúng.

* Xét hàm số $f(x)=\tan x$. Ta có hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kì π.

Do đó (III) sai.

* Xét hàm số $f(x)=\cos x$. Ta có $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi;\pi+k2\pi)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Do đó (IV) sai.

Vậy trong bốn mệnh đề đã cho có một mệnh đề đúng.

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $(k2\pi;\pi+k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $-1 \le m \le 1$. **C.** $m < -1$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Chọn A

Do $-1 \le \sin x \le 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Câu 4: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là.

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{k\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 5: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 2018$. **B.** $\sin x = \pi$. **C.** $\cos x = \dfrac{2017}{2018}$. **D.** $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

* $\tan x = 2018 \Leftrightarrow x = \arctan 2018 + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

* $\sin x = \pi$ (vô nghiệm do $\pi > 1$).

* $\cos x = \dfrac{2017}{2018} \Leftrightarrow x = \pm \arccos \dfrac{2017}{2018} + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

* $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là?

A. $D = \mathbb{R} \backslash \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \backslash \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \backslash \left\{k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \backslash \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $\cos 2x \ne 0 \Leftrightarrow 2x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \ne \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7: Phương trình $\sin x=\sin\alpha$ (hằng số $\alpha\in\mathbb{R}$) có nghiệm là

A. $x=\alpha+k\pi,x=\pi-\alpha+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $x=\alpha+k2\pi,x=-\alpha+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=\alpha+k2\pi,x=\pi-\alpha+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $x=\alpha+k\pi,x=-\alpha+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 8: Phương trình $\sin x=\sin\alpha$ (hằng số $\alpha\in\mathbb{R}$) có nghiệm là

A. $x=\alpha+k\pi,x=\pi-\alpha+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

B. $x=\alpha+k2\pi,x=-\alpha+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=\alpha+k2\pi,x=\pi-\alpha+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

D. $x=\alpha+k\pi,x=-\alpha+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x-4\sin x+3=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x-4\sin x+3=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Lời giải

Chọn C

$\sin^2 x-4\sin x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=3\end{array}\right.$.

Với $\sin x=1\ \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Với $\sin x=3$ phương trình vô nghiệm.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x=\sin x$ là

A. $S=\left\{k2\pi;\frac{\pi}{3}+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $S=\left\{k2\pi;\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{k2\pi;-\frac{\pi}{3}+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $S=\left\{k2\pi;\pi+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x=\sin x$ là

A. $S=\left\{k2\pi;\frac{\pi}{3}+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $S=\left\{k2\pi;\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{k2\pi;-\frac{\pi}{3}+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $S=\left\{k2\pi;\pi+k2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 14: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $2\cos x = 3$. **B.** $2\sin x = 3$. **C.** $3\tan x = 2$. **D.** $2\cot x = 3$.

Câu 16: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $2\cos x = 3$. **B.** $2\sin x = 3$. **C.** $3\tan x = 2$. **D.** $2\cot x = 3$.

Lời giải

Chọn A

$2\cos x = 3 \Leftrightarrow \cos x = \dfrac{3}{2}$, phương trình vô nghiệm.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 0$. **B.** $-1 \leq m \leq 1$. **C.** $-1 < m < 1$. **D.** $m > 0$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 0$. **B.** $-1 \leq m \leq 1$. **C.** $-1 < m < 1$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

Do $-1 \leq \sin x \leq 1, \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 19: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm?

A. $m \leq 1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 20: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm?

A. $m \leq 1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $-1 \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 21: Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** π. **D.** $k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 22: Phương trình $2\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \text{arccot}\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 23: Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2π. **C.** π. **D.** $k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là π.

Câu 24: Phương trình $2\cot x - \sqrt{3} = 0$ cónghiệmlà

A. $x = \text{arccot}\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \text{arccot}\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

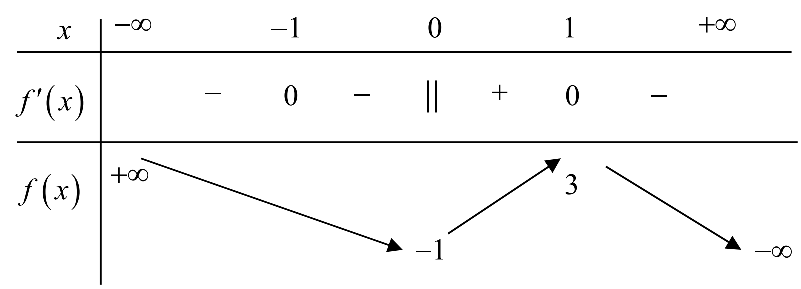
Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai?**

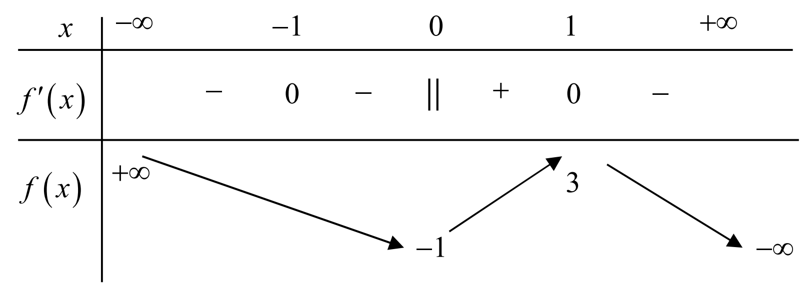
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x=0$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên hàm số có ba điểm cực trị là sai.

Câu 29: Hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. π . **B.** 2π . **C.** $-\pi$. **D.** -2π .

Câu 30: Hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. π . **B.** 2π . **C.** $-\pi$. **D.** -2π .

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π .

Câu 31: Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\sin x+3\cos x=6$. **B.** $2\sin x-3\cos x=1$.

C. $\sin x=\sqrt{2}$. **D.** $\cos x+3=0$.

Câu 32: Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\sin x+3\cos x=6$. **B.** $2\sin x-3\cos x=1$.

C. $\sin x=\sqrt{2}$. **D.** $\cos x+3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} -1 \le \sin x \le 1 \\ -1 \le \cos x \le 1 \end{cases}$ nên hai phương trình ở **C** và **D** vô nghiệm.

Phương trình lượng giác dạng $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm khi $a^2 + b^2 \ge c^2$.

Đáp án A: $1^2 + 3^2 < 6^2$ nên phương trình vô nghiệm.

Đáp án B: $2^2 + \left(-3\right)^2 > 1$ nên phương trình có nghiệm.

Câu 1: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Phương trình $\sin 2x + 3\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Chọn B

$\sin 2x + 3\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x.\cos x + 3\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x.(2\sin x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad (\text{loai vì } \sin x \in [-1;1]) \end{array}\right.$$

Theo đề: $x \in (0;\pi) \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 2: **(THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$.

Khi đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2 - 8t + 3 = 0$. **B.** $4t^2 - 8t - 3 = 0$. **C.** $4t^2 + 8t - 5 = 0$. **D.** $4t^2 - 8t + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương với: $-\cos 2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{5}{2} = 0$

$\Leftrightarrow -4\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 8\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 3 = 0$, nên nếu đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ phương trình trở thành

$-4t^2 + 8t - 3 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t + 3 = 0$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 2x$:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Giải:

Chọn D

Hàm số xác định khi $\cos 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x\neq \frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \quad (k\in\mathbb{Z})$.

Tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cot x$, $y=\tan x$ đều là hàm số chẵn

D. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cot x$, $y=\tan x$ đều là hàm số lẻ.

Giải:

Chọn D

Hàm số $y=\cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y=\sin x$, $y=\cot x$, $y=\tan x$ là các hàm số lẻ.

Câu 6: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Phương trình $\cos 2x+4\sin x+5=0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0;10\pi)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

PT đã cho $\Leftrightarrow -2\sin^2 x+4\sin x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=3\ (VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, (k\in\mathbb{Z})$.

Theo đề: $x\in(0;10\pi)\Rightarrow 0<-\frac{\pi}{2}+k2\pi<10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4}<k<\frac{21}{4}$.

Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{1;2;3;4;5\}$. Vậy PT đã cho có 5 nghiệm trên khoảng $(0;10\pi)$.

Câu 7: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Tìm góc $\alpha\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right\}$ để phương trình $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-2\cos x=0$ tương đương với phương trình $\cos(2x-\alpha)=\cos x$.

A. $\alpha=\frac{\pi}{6}$. **B.** $\alpha=\frac{\pi}{4}$. **C.** $\alpha=\frac{\pi}{2}$. **D.** $\alpha=\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos(2x-\alpha)=\cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-\alpha=x+k2\pi\\ 2x-\alpha=-x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\alpha}{3}+\frac{k2\pi}{3}\\ x=\alpha+k2\pi\end{array}\right.$$

$\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-2\cos x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x=\cos x$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{9}+\frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$$

Để hai phương trình tương đương cần có $\begin{cases} \frac{\alpha}{3}=\frac{\pi}{9} \\ \alpha=\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{3}$.

Câu 8: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{1}{\sin x-\cos x}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\sin x-\cos x\neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 9: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{3}\sin x-\cos x-2$.

A. $\left[-2;\sqrt{3}\right]$. **B.** $\left[-\sqrt{3}-3;\sqrt{3}-1\right]$. **C.** $[-4;0]$. **D.** $[-2;0]$

Lời giải

Chọn C

Xét $y=\sqrt{3}\sin x-\cos x-2=2\left(\sin x.\cos\frac{\pi}{6}-\cos x.\sin\frac{\pi}{6}\right)-2=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-2$

Ta có $-1\leq\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\leq 1\Rightarrow -4\leq 2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-2\leq 0\Rightarrow -4\leq y\leq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

Vậy tập giá trị của hàm số là $[-4;0]$.

Câu 10: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Trong bốn hàm số: (1) $y=\cos 2x$, (2) $y=\sin x$; (3) $y=\tan 2x$; (4) $y=\cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π nên hàm số (1) $y=\cos 2x$ tuần hoàn chu kỳ π.
Hàm số (2) $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π.

Do hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (3) $y=\tan 2x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.

Do hàm số $y=\cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (4) $y=\cot 4x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{4}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$.

A. $x=\frac{2\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** $x=\frac{4\pi}{3}+k\pi$. **D.** $x=\frac{5\pi}{3}+k\pi$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Xét $\cos x=0$: Phương trình tương đương $2=3\left(ktm\right)$

Xét $\cos x\neq 0$, chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta có:

$2\tan^2 x+2\sqrt{3}\tan x=3\left(\tan^2 x+1\right)\Leftrightarrow \tan^2 x-2\sqrt{3}\tan x+3=0$

$\Leftrightarrow \tan x=\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Cách 2: $pt\Leftrightarrow -\left(1-2\sin^2 x\right)+\sqrt{3}\sin 2x=2\Leftrightarrow 2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=2\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi$.

Câu 12: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S=\frac{5\pi}{6}$. **B.** $S=\frac{\pi}{3}$. **C.** $S=\frac{\pi}{2}$. **D.** $S=\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right.\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ nên $x=\frac{\pi}{6}\Rightarrow S=\frac{\pi}{6}$.

Câu 13: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $\sin 3x-4\sin x\cos 2x=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{k2\pi}{3} \\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{2} \\ x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: ĐK: $x\in\mathbb{R}$ (*)

Phương trình $\Leftrightarrow \sin x\left(3-4\sin^2 x\right)-4\sin x\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \sin x\left(3-4.\frac{1-\cos 2x}{2}-4\cos 2x\right)=0\Leftrightarrow \sin x\left(1-2\cos 2x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi \\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi\end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$ thỏa mãn (*).

Cách 2: Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x - 2(\sin 3x - \sin x) = 0$

$\Leftrightarrow -\sin 3x + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(4\sin^2 x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \sin x(1 - 2\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi\end{array}\right.$

Câu 14: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3}\end{array}\right. (k, l \in \mathbb{Z})$.

Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0;\ \pi)$.

$x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0;\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0;\ 1\}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\ \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;\ \pi)$ của phương trình này bằng π.

Câu 15: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Chu kỳ của hàm số $y = 3\sin\frac{x}{2}$ là số nào sau đây?

A. 0. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** π.

Lời giải

Chọn C

Chu kì của hàm số $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$.

Câu 16: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Tập $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

A. $y = \cot x$. **B.** $y = \cot 2x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \tan 2x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \cot 2x$ xác định khi $2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Câu 17: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y=\sin x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right]$ **C.** $[-1;1]$. **D.** $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$.

Lời giải

Chọn A

✓ Trong nửa khoảng $\left(\frac{5\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right]$:

Hàm số $y=\sin x$ giảm nên $\sin\frac{3\pi}{2}\le\sin x<\sin\frac{5\pi}{4}\Rightarrow -1\le\sin x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

✓ Trong nửa khoảng $\left[\frac{3\pi}{2};\frac{7\pi}{4}\right)$:

Hàm số $y=\sin x$ tăng nên $\sin\frac{3\pi}{2}\le\sin x<\sin\frac{7\pi}{4}\Rightarrow -1\le\sin x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

✓ Vậy khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y=\sin x$ lấy mọi giá trị thuộc $\left[-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 18: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Tìm số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin^2 2x-\cos 2x+1=0$ trên đường tròn lượng giác.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$\sin^2 2x-\cos 2x+1=0\Leftrightarrow\cos^2 2x+\cos 2x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=1\\ \cos 2x=-2\,(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy có hai điểm phân biệt biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

Câu 19: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $\frac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{2\sin x-1}=0$.

A. $x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{5\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\sin x\ne\frac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x\ne\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{cases},k\in\mathbb{Z}$.

Với điều kiện trên ta có

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=0$

$\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+l\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+l\pi,l\in\mathbb{Z}$.

Đối chiếu với điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 20: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Phương trình $2\cos x+\sqrt{2}=0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{7\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{7\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\cos x+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z}).$

Câu 21: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x=\sqrt{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{8} \\ x=\frac{3\pi}{8}+k\frac{\pi}{8} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{32}+k\frac{\pi}{8} \\ x=\frac{3\pi}{32}+k\frac{\pi}{8} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{8} \\ x=\frac{3\pi}{16}+k\frac{\pi}{8} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{32}+k\frac{\pi}{4} \\ x=\frac{3\pi}{32}+k\frac{\pi}{4} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: $8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x=\sqrt{2} \Leftrightarrow 4\sin 4x.\cos 4x=\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\sin 8x=\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin 8x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ 8x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{32}+k\frac{\pi}{4} \\ x=\frac{3\pi}{32}+k\frac{\pi}{4} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$$

Cách 2: Hàm số $y=8.\cos 2x.\sin 2x.\cos 4x=4\sin 4x.\cos 4x=2\sin 8x$ có chu kỳ $T=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$ nên trong công thức nghiệm có $k\frac{\pi}{4}$. Do vậy, chọn D

Câu 22: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x \neq k\frac{\pi}{2}$ ta có:

$\tan x = \cot x \Rightarrow \tan^2 x - 1 = 0$.

$$(1) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right. \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết hợp điều kiện vậy phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 23: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng

A. -2. **B.** Đáp số khác. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$y' = x^3 + x \Rightarrow y'(-1) = -2$.

Câu 24: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm m để phương trình $2\sin^2 x + m.\sin 2x = 2m$ vô nghiệm.

A. $m < 0;\ m \geq \frac{4}{3}$. **B.** $m \leq 0;\ m \geq \frac{4}{3}$. **C.** $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$. **D.** $m < 0$ hoặc $m > \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $a\sin x + b\cos x + c = 0$ có nghiệm khi $a^2 + b^2 \geq c^2$. Vậy để phương trình vô nghiệm thì $a^2 + b^2 < c^2$.

Ta có: $2\sin^2 x + m.\sin 2x = 2m \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + m.\sin 2x = 2m$

$\Leftrightarrow m.\sin 2x - \cos 2x - 2m + 1 = 0\ (*)$.

Để phương trình $(*)$ vô nghiệm thì $m^2 + (-1)^2 < (-2m+1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{array}\right.$.

Câu 25: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x = 0$ thỏa mãn điều kiện $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin^2 x+\sin x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$

Đối chiếu với điều kiện $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$. Ta được nghiệm của phương trình là $x=0$.

Câu 26: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Tìm m để phương trình $2\sin^2 x+m.\sin 2x=2m$ vô nghiệm.

A. $m<0;\ m\ge\dfrac{4}{3}$. **B.** $m\le 0;\ m\ge\dfrac{4}{3}$. **C.** $0\le m\le\dfrac{4}{3}$. **D.** $m<0$ hoặc $m>\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $a\sin x+b\cos x+c=0$ có nghiệm khi $a^2+b^2\ge c^2$. Vậy để phương trình vô nghiệm thì $a^2+b^2<c^2$.

Ta có: $2\sin^2 x+m.\sin 2x=2m \Leftrightarrow 1-\cos 2x+m.\sin 2x=2m$

$\Leftrightarrow m.\sin 2x-\cos 2x-2m+1=0\ (*)$.

Để phương trình $(*)$ vô nghiệm thì $m^2+(-1)^2<(-2m+1)^2 \Leftrightarrow 3m^2-4m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<0\\ m>\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Câu 27: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x+\sin x=0$ thỏa mãn điều kiện $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin^2 x+\sin x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$

Đối chiếu với điều kiện $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$. Ta được nghiệm của phương trình là $x=0$.

Câu 28: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Phương trình $\cos x=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0;2018\pi)$?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 1009.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$. Nghiệm thuộc khoảng $(0;2018\pi)$ thì $0<\dfrac{\pi}{2}+k\pi<2018\pi \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{4035}{2} \Leftrightarrow k\in\{0,1,2,...,2017\}$.

Vậy phương trình có 2018 nghiệm thuộc khoảng $(0;2018\pi)$.

Câu 29: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Hãy nêu tất cả các hàm số trong các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$ thỏa mãn điều kiện đồng biến và nhận giá trị âm trong khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$.

A. $y=\tan x$. **B.** $y=\sin x, y=\cot x$.

C. $y=\sin x$, $y=\tan x$. **D.** $y=\tan x$, $y=\cos x$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y=\cot x$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định nên loại ngay đáp án **B.**

Dựa vào đồ thị của các hàm số lượng giác $y=\sin x$, $y=\cos x$ và $y=\tan x$ trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$ ta thấy hàm $y=\sin x$ và $y=\tan x$ thỏa.

Câu 30: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Trên đoạn $\left[-2\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$, đồ thị hai hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$$\sin x=\cos x \Leftrightarrow \tan x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi \ (k\in\mathbb{Z}).$$

Do $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\in\left[-2\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ nên $-2\pi\le\dfrac{\pi}{4}+k\pi\le\dfrac{5\pi}{2}\Leftrightarrow -\dfrac{9}{4}\le k\le\dfrac{9}{4}\Rightarrow k\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 5 điểm trên đoạn $\left[-2\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Câu 31: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{2\sin x+3}$.

A. $\max y=\sqrt{5},\ \min y=1$. **B.** $\max y=\sqrt{5},\ \min y=2\sqrt{5}$.

C. $\max y=\sqrt{5},\ \min y=2$. **D.** $\max y=\sqrt{5},\ \min y=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-1\le \sin x\le 1;\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 1\le 2\sin x+3\le 5;\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow 1\le y\le\sqrt{5};\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 32: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm chu kỳ cơ sở (nếu có) của hàm số $f(x)=\tan 2x$.

A. $T_0=2\pi$. **B.** $T_0=\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T_0=\pi$. **D.** $T_0=\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f\left(x+k\frac{\pi}{2}\right)=\tan(2x+k\pi)=\tan(2x)=f(x);\ \forall x\in\mathbb{R},\ \forall k\in\mathbb{Z}\Rightarrow T_0=\frac{\pi}{2}$$

Câu 33: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng:

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\ \dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left(-\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\ \pi+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=\sin x$ ta thấy đồ thị hàm số là đường cong đi lên từ trái qua phải trong các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\ \frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$ nên đáp án là **A.**

Câu 34: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=1$ chỉ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

$\sin x-\sqrt{3}\cos x=1=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$

Câu 35: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Phương trình $\sin^2 x-4\sin x\cos x+3\cos^2 x=0$ có tập nghiệm trùng với nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\cos x=0$.

B. $\cot x=1$.

C. $\tan x=3$.

D. $\left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \cot x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy với $\cos x=0$ không là nghiệm của phương trình đầu.

Với $\cos x\neq 0$, chia 2 vế cho $\cos^2 x$, ta có: $\tan^2 x-4\tan x+3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \tan x=3 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \cot x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$

Câu 36: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Giải phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\Leftrightarrow \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x+\dfrac{\pi}{3}=\pi+\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

Câu 37: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x=m-1$ có nghiệm.

A. $1<m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $0\le\cos^2 x\le 1$ nên $0\le m-1\le 1\Leftrightarrow 1\le m\le 2$ thì phương trình có nghiệm.

Câu 38: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $3\sin x+m\cos x=5$ vô nghiệm

A. $m\in(-4;4)$. **B.** $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-4)$. **D.** $m\in(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình đã cho vô nghiệm thì $3^2+m^2<5^2 \Leftrightarrow m^2<16 \Leftrightarrow -4<m<4$.

Câu 39: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho các hàm số $y=\cos x$, $y=\sin x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số chẵn?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

- $y=f(x)=\cos x$ là hàm số chẵn vì:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=\cos(-x)=\cos x=f(x)$.

- $y=g(x)=\sin x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $g(-x)=\sin(-x)=-\sin x=-g(x)$.

- $y=h(x)=\tan x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$, nên

$\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $h(-x)=\tan(-x)=-\tan x=-h(x)$.

- $y=k(x)=\cot x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\}$, nên

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $k(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -k(x)$.

Câu 40: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $\sin 3x = \sin x$ ta được tập nghiệm của phương trình là

A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $\left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}, l \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $\{k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + l2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{l\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}, l \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}, l \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 41: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $290^\circ \in X$.
B. $220^\circ \in X$.
C. $240^\circ \in X$.
D. $200^\circ \in X$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \cos(90^\circ - x)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} + 15^\circ = 90^\circ - x + k360^\circ \\ \frac{x}{2} + 15^\circ = -90^\circ + x + k360^\circ \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = 75^\circ + k360^\circ \\ \frac{x}{2} = 105^\circ - k360^\circ \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 50^\circ + k120^\circ \\ x = 210^\circ - k720^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy $290^\circ = 50^\circ + 2.120^\circ \in X$.

Câu 42: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tương đương với $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi$

Câu 43: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}$

Do $x\in(0;\ \pi) \Leftrightarrow 0<x<\pi \Leftrightarrow 0<\frac{\pi}{4}+k\pi<\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4}<k<\frac{3}{4}$.

Mà $k\in\mathbb{Z} \Rightarrow k=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$.

Câu 44: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{5\pi}{6}\right)$?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$. **D.** $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\in\left(0;\frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow x-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)\subset\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ đồng biến.

Câu 45: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Viết phương trình tiếp tuyến của $(C): y=\frac{1}{3}x^3+x^2-2$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''=0$.

A. $y=-3x+\frac{7}{3}$. **B.** $y=-x-\frac{1}{3}$. **C.** $y=-x-\frac{7}{3}$. **D.** $y=-x+\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$y'=x^2+2x \Rightarrow y''=2x+2$

$y''=0 \Leftrightarrow 2x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=-\frac{4}{3}$

Hệ số góc $k=y'(-1)=-1$ (loại A)

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=-1(x+1)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-x-\frac{7}{3}$.

Câu 46: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho phương trình $(\sin x+1)(\sin 2x-m\sin x)=m\cos^2 x$. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $S=\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **B.** $S=(0;1)$. **C.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $S=\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\left(\sin x+1\right)\left(\sin 2x-m\sin x\right)=m\cos^2 x\ (*)$

$\Leftrightarrow \left(\sin x+1\right)\left(\sin 2x-m\sin x-m+m\sin x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin 2x=m\ (2)\end{array}\right.$

Để phương trình $(*)$ có nghiệm trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ khi phương trình (2) có nghiệm trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ hay $0<x<\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 0<2x<\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 0<m<\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 47: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x+\sin x=-2$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{3}\cos x+\sin x=-2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x=-1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi, \forall k\in\mathbb{Z}.$

Câu 48: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$.

B. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

C. $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$.

D. $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Suy ra **A.** đúng.

$\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Suy ra **B.** đúng.

$\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Suy ra **C.** đúng.

Câu 49: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c\in\left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$ sao cho $a<b<c$.

A. 120. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$ nên a, b, $c \in \{1;2;3;4;5;6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 50: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Giải phương trình $\cos 2x + 5\sin x - 4 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 2x + 5\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x - 3)(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1$ (vì $-1 \le \sin x \le 1$).

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 51: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x + m\sin 2x = 1 - 2m$ vô nghiệm, kết quả là:

A. $0 < m < \frac{4}{3}$. **B.** $0 \le m \le \frac{4}{3}$.

C. $m \in (-\infty;0) \cup \left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $m \in (-\infty;0] \cup \left[\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\cos 2x + m\sin 2x = 1 - 2m$ vô nghiệm khi:

$$1 + m^2 < (1-2m)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > \frac{4}{3} \end{array}\right..$$

Vậy $m \in (-\infty;0) \cup \left(\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Câu 52: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

A. $\sin x.\sin 2x.\sin 5x = 0$. **B.** $\sin x.\sin 2x.\sin 4x = 0$.

C. $\cos x.\cos 2x.\cos 5x = 0$. **D.** $\cos x.\cos 2x.\cos 4x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} + \frac{1+\cos 4x}{2} + \frac{1+\cos 6x}{2} + \frac{1+\cos 8x}{2} = 2$$

$\Leftrightarrow \cos 8x+\cos 2x+\cos 6x+\cos 4x=0 \Leftrightarrow 2\cos 5x\cos 3x+2\cos 5x\cos x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 5x\left(\cos 3x+\cos x\right)=0 \Leftrightarrow 2\cos 5x.2\cos 2x.\cos x=0 \Leftrightarrow \cos x.\cos 2x.\cos 5x=0$.

Câu 53: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 5x+\sin 9x+2\sin^2 x-1=0$ có một họ nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{42}+\dfrac{k2\pi}{7}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{42}+\dfrac{k2\pi}{3}$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{5}+k2\pi$. **D.** $x=\dfrac{3\pi}{7}+k\pi$.

Lời giải

Chọn A

$\sin 5x+\sin 9x+2\sin^2 x-1=0$

$\Leftrightarrow 2\sin 7x\cos 2x-\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \left(2\sin 7x-1\right)\cos 2x=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 7x=\dfrac{1}{2}\\ \cos 2x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}7x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ 7x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\\ 2x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{42}+\dfrac{k2\pi}{7}\\ x=\dfrac{5\pi}{42}+\dfrac{k2\pi}{7}\\ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 54: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=\sin x\cos 3x$. **B.** $y=\cos 2x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\sin x+\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\sin x\cos 3x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$, nên $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$ và có $y\left(-x\right)=\sin\left(-x\right)\cos\left(-3x\right)=-\sin x\cos 3x=-y\left(x\right)$ suy ra hàm số $y=\sin x\cos 3x$ là hàm số lẻ.

Hàm số $y=\cos 2x$ là hàm số chẵn vì TXĐ: $D=\mathbb{R}$, nên $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$ và $y\left(-x\right)=\cos\left(-2x\right)=\cos 2x=y\left(x\right)$.

Xét tương tự ta có hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ, hàm số $y=\sin x+\cos x$ không chẵn cũng không lẻ.

Câu 55: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 2x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\pi\right)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin 2x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{8}+l\pi\end{array}\right.$ với k, $l\in\mathbb{Z}$.

Trên khoảng $\left(0;\pi\right)$ ta có 2 nghiệm thỏa mãn tương ứng $k=1$ và $l=0$.

Câu 56: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\dfrac{\cot x}{2\sin x-1}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{\cot x}{2\sin x-1}$ xác định khi:

$$\begin{cases}\sin x\neq 0\\ 2\sin x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \sin x\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq k\pi\\ x\neq\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x\neq\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{cases},\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 1: **(THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$ là

A. $m=-\dfrac{1}{2}$; $M=1$. **B.** $m=1$; $M=2$. **C.** $m=-2$; $M=1$. **D.** $m=-1$; $M=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}\Leftrightarrow(y-1)\sin x+(y-2)\cos x=1-2y\ \ (*)$

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow(y-1)^2+(y-2)^2\ge(1-2y)^2\Leftrightarrow y^2+y-2\le0\Leftrightarrow-2\le y\le1$.

Vậy $m=-2$; $M=1$.

Câu 2: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Tất cả các họ nghiệm của phương trình $\sin x+\cos x=1$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin x+\cos x=1\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\dfrac{\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 3: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Tất cả các họ nghiệm của phương trình $2\cos2x+9\sin x-7=0$ là

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\cos2x+9\sin x-7=0\ \Leftrightarrow\ 2(1-2\sin^2x)+9\sin x-7=0$

$\Leftrightarrow\ -4\sin^2x+9\sin x-5=0\ \Leftrightarrow\ \sin x=1,\ \sin x=\dfrac{5}{4}$ (vô nghiệm) $\Leftrightarrow\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2240. **B.** 2520. **C.** 2016. **D.** 256.

Lời giải

Chọn A

Giả sử số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Khi đó:

d có 5 cách chọn.

a có 8 cách chọn.

Số các số là: $5.8.A_8^2=2240$ (số).

Vậy số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là 2240 số.

Câu 5: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Gọi S là tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;2\pi\right)$ của phương trình $3\cos x-1=0$. Tính giá trị của S.

A. $S=0$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=3\pi$. **D.** $S=2\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x=\pm\arccos\frac{1}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$ phương trình $3\cos x-1=0$ có hai nghiệm là $x_1=-\arccos\frac{1}{3}$ và $x_2=\arccos\frac{1}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm là $S=x_1+x_2=-\arccos\frac{1}{3}+\arccos\frac{1}{3}=0$.

Câu 6: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x+\sin 2x-\sin 4x=0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k\frac{\pi}{3}$; $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$; $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}$; $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos 3x+\sin 2x-\sin 4x=0 \Leftrightarrow \cos 3x-2\cos 3x.\sin x=0 \Leftrightarrow \cos 3x\left(1-2\sin x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 3x=0\\ 1-2\sin x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 3x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 7: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x+2\sin x\cos x-\cos^2 x=0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$. **B.** $x_0\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$. **C.** $x_0\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **D.** $x_0\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $\cos x = 0$ không thỏa phương trình. Chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

$3\tan^2 x + 2\tan x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = -1 \\ \tan x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\dfrac{1}{3} + l\pi \end{array}\right., (k,\ l \in \mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\arctan\dfrac{1}{3} \in \left(0;\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu 8: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x - 2 = 0$, $x \in [0; 2\pi]$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

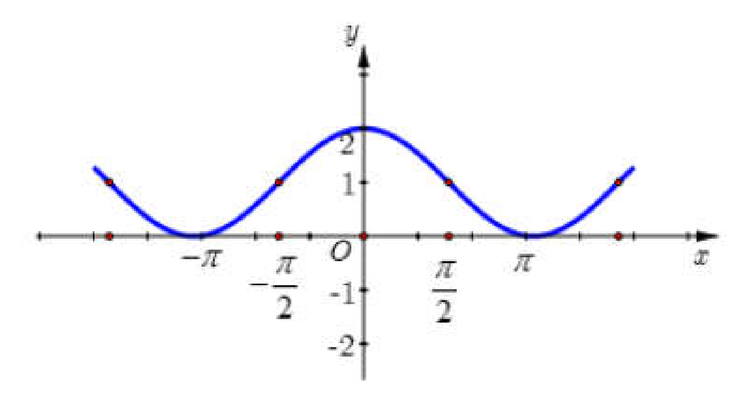
Chọn C

$\cos 2x - \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{3}{2}\ (VN) \\ \cos x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi\ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với $x \in [0; 2\pi]$, ta có $0 \le \pi + k2\pi \le 2\pi \Leftrightarrow k = 0$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



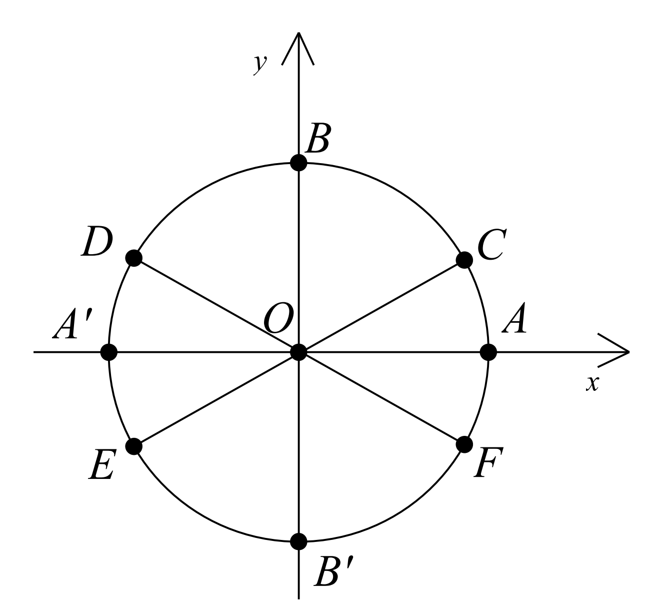
A. $y = \cos x + 1$. **B.** $y = 2 - \sin x$. **C.** $y = 2\cos x$. **D.** $y = \cos^2 x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị đi qua ba điểm $(-\pi; 0)$, $(0; 2)$, $(\pi; 0)$ nên chọn phương án **A.**

Câu 10: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\tan x = \dfrac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm F, điểm D. **B.** Điểm C, điểm F.
C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F. **D.** Điểm E, điểm F.

Lời giải:

Chọn A

$\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Với $0 < x < 2\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\sin x \cos x \cos 2x = 0$ là:

A. $k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $k\frac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $k\frac{\pi}{4}\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $k\frac{\pi}{8}\ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin x \cos x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{4}\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

A. $-\frac{\pi}{3}$. **B.** $-\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$.

Vậy $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ và $\beta = -\frac{\pi}{3}$. Khi đó $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 13: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\cos x + 3 = 0$. **B.** $\sin x = 2$. **C.** $2\sin x - 3\cos x = 1$. **D.** $\sin x + 3\cos x = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\sin x - 3\cos x = 1$ có $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13 > c^2 = 1$ nên phương trình có nghiệm.

Câu 14: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm.

A. $m \geq 4$. **B.** $-4 \leq m \leq 4$. **C.** $m \geq \sqrt{34}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 + 3^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$.

Câu 15: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; x \neq k\pi\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ xác định khi: $\left\{\begin{array}{l} \cos x \neq 0 \\ \cos x - 1 \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 16: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$, với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 17: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ trên khoảng $(0;2\pi)$.

A. $T=\frac{7\pi}{8}$. **B.** $T=\frac{21\pi}{8}$. **C.** $T=\frac{11\pi}{4}$. **D.** $T=\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\Leftrightarrow \cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\sin^2 x$

$\Leftrightarrow \cos 2x-\sin 2x=\sqrt{2}\Leftrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

Vì $0<x<2\pi \Leftrightarrow 0<-\frac{\pi}{8}+k\pi<2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{8}<k<\frac{17}{8}$

Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{1;2\}\Rightarrow x_1=\frac{7\pi}{8};x_2=\frac{15\pi}{8}$

Vậy $x_1+x_2=\frac{11\pi}{4}$.

Câu 18: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 5x\cos 7x=\cos 4x\sin 8x$ trên $(0;2\pi)$ bằng

A. $\frac{19\pi}{3}$. **B.** $\frac{9\pi}{2}$. **C.** 5π. **D.** 7π.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $\sin 5x\cos 7x=\cos 4x\sin 8x\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 12x-\sin 2x)=\frac{1}{2}(\sin 12x+\sin 4x)$

$\Leftrightarrow \sin 4x+\sin 2x=0\Leftrightarrow 2\sin 3x\cos x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 3x=0 \\ \cos x=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.\ (I)$.

Vì $x\in(0;2\pi)$ nên từ (I) suy ra $x\in\left\{\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\pi,\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\pi+\frac{4\pi}{3}+\frac{5\pi}{3}+\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}=7\pi$.

Câu 19: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 2x+3\cos x=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

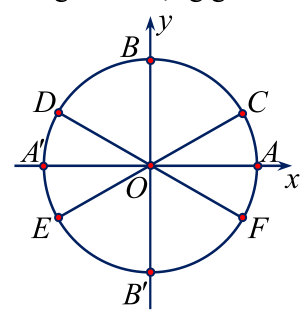
Chọn B

Phương trình tương đương với $\cos x(2\sin x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x=-\frac{3}{2}(L)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 20: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $2\sin x+1=0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm D, điểm C. **B.** Điểm E, điểm F.
C. Điểm C, điểm F. **D.** Điểm E, điểm D.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2\sin x+1=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

Với $k=0 \Rightarrow x=-\frac{\pi}{6}$ hoặc $x=\frac{7\pi}{6}$.

Điểm biểu diễn của $x=-\frac{\pi}{6}$ là F, điểm biểu diễn $x=\frac{7\pi}{6}$ là E.

Câu 21: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho phương trình: $(\cos x+1)(\cos 2x-m\cos x)=m\sin^2 x$. Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ khi?

A. $m>-1$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $-1\leq m\leq 1$. **D.** $-1<m\leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

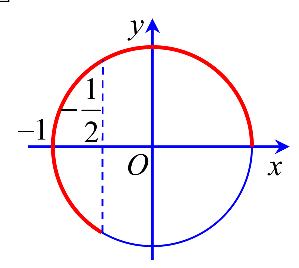
Ta có $(\cos x+1)(\cos 2x-m\cos x)=m\sin^2 x \Leftrightarrow (\cos x+1)\left[\cos 2x-m\cos x+m(\cos x-1)\right]=0$

$\Leftrightarrow (\cos x+1)\left[\cos 2x-m\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\cos 2x=m & (1)\\ \cos x=-1 & (2)\end{array}\right.$

Phương trình $(2) \Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Vì $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ nên không tồn tại k thỏa mãn.

Theo đề phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ nên phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$.

Ta có $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ nên $2x\in\left[0;\frac{4\pi}{3}\right]$.



Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt khi $m\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right]$.

Cách khác:

Xét hàm số $y=\cos 2x$ với $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$. Khi đó $y'=-2\sin 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Do $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ nên $x=0$ hoặc $x=\frac{\pi}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{2\pi}{3}$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	↘	-1	↗	$-\frac{1}{2}$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right]$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=\cos 2x$ tại hai điểm.

Câu 22: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos x=-1 \Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\tan x=0 \Leftrightarrow x=k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề **A.** đúng vì $\cos x=-1 \Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

B. sai $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

C. sai vì $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

D. sai vì $\tan x=0 \Leftrightarrow x=k\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 23: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$ (1); $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (2). Tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi , k \in \mathbb{Z}$.
B. $x = k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi , k \in \mathbb{Z}$
D. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi , k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 24: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\cos 3x.\tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của x làm nghiệm

A. $x = \frac{\pi}{2}$.
B. $x = 10\pi; x = \frac{\pi}{10}$.
C. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{10}$.
D. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $5x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (*)

Phương trình tương đương $\cos 3x.\sin 5x - \sin 7x \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$.

Ta thấy $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{10}$ không thỏa mãn điều kiện (*) nên loại đáp án A, B, **C.**

Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 25: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

A. $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.
B. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$.
D. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$.

Do số đo một góc là nghiệm nên $x = \frac{\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tam giác có số đo ba góc là $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$ hoặc $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.

Câu 26: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho biểu thức $P=\left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}-\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x>0$, $x\ne 1$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Niu-tơn của P.

A. 200. **B.** 160. **C.** 210. **D.** 100.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}-\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{x}+1-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Nên $P=\left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}-\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10}=\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k x^{\frac{10-k}{3}}.\left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^k=(-1)^k C_{10}^k x^{\frac{20-5k}{6}}$.

Khi $k=4$ thì số hạng không chứa x là $(-1)^4 C_{10}^4=210$.

Câu 27: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm thuộc khoảng $(0;3\pi)$ của phương trình $\cos^2 x+\frac{5}{2}\cos x+1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có: $\cos^2 x+\frac{5}{2}\cos x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\cos x=-\frac{1}{2} & (n)\\ \cos x=-2 & (l)\end{array}\right.$.

Suy ra: $\cos x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

+ Với $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Vì $x\in(0;3\pi)$ nên $0<\frac{2\pi}{3}+k2\pi<3\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow-\frac{1}{3}<k<\frac{7}{6}$, $k\in\mathbb{Z}$. Suy ra: $k\in\{0;1\}\Rightarrow x\in\left\{\frac{2\pi}{3};\frac{8\pi}{3}\right\}$.

+ Với $x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. Vì $x\in(0;3\pi)$ nên $0<-\frac{2\pi}{3}+k2\pi<3\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{3}<k<\frac{11}{6}$, $k\in\mathbb{Z}$. Suy ra: $k=1\Rightarrow x=\frac{4\pi}{3}$.

Do đó $x\in\left\{\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{8\pi}{3}\right\}$.

Vậy số nghiệm của phương trình là 3.

Câu 28: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}=\sqrt{5}$ có nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **C.** $-2 \leq m \leq 2$. **D.** $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện có nghiệm của phương trình là: $m^2 + 1^2 \geq \sqrt{5}^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$.

Câu 29: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Tập giá trị của hàm số. $y = \dfrac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$. trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2}; 2\right]$. **C.** $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn A

$y = \dfrac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$.

Vì $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $\sin x \in [0;1]$. Do đó hàm số đã cho xác định trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

$y = \dfrac{\cos x + 1}{\sin x + 1} \Rightarrow y' = \dfrac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x + 1)^2} = \dfrac{-1}{(\sin x + 1)^2} < 0$, $\forall x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Do đó: $\max\limits_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = y(0) = 2$; $\min\limits_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \dfrac{1}{2}$.

Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 30: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$ có các họ nghiệm là

A. $x = \dfrac{k2\pi}{5}$; $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{6}$ $(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \dfrac{k\pi}{5}$; $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{k\pi}{5}$; $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{6}$ $(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \dfrac{k2\pi}{5}$; $x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

$\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(\sin x + \sin 3x) = \dfrac{1}{2}(\sin 3x + \sin 11x) \Leftrightarrow \sin x = \sin 11x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 11x = x + k2\pi \\ 11x = \pi - x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{5} \\ x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{6} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 31: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng

A. 0. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in[0;2\pi]$ $\Rightarrow \sin x\in[-1;1]$

Khi đó: $\cos(\sin x)=1\Leftrightarrow \sin x=k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ với $-1\le k2\pi\le 1\Leftrightarrow k=0$.

Phương trình trở thành $\sin x=0\Leftrightarrow x=m\pi\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pi\end{array}\right.$ $(m\in\mathbb{Z})$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x)=1$ trên $[0;2\pi]$ bằng π.

Câu 32: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Xét phương trình $\sin 3x-3\sin 2x-\cos 2x+3\sin x+3\cos x=2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

A. $(2\sin x-1)(2\cos^2 x+3\cos x+1)=0$. **B.** $(2\sin x-\cos x+1)(2\cos x-1)=0$.

C. $(2\sin x-1)(2\cos x-1)(\cos x-1)=0$. **D.** $(2\sin x-1)(\cos x-1)(2\cos x+1)=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin 3x-3\sin 2x-\cos 2x+3\sin x+3\cos x=2$

$\Leftrightarrow(\sin 3x+\sin x-2\sin 2x)+(-\sin 2x+2\sin x)+(-\cos 2x+3\cos x-2)=0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x(\cos x-1)-2\sin x(\cos x-1)-(\cos x-1)(2\cos x-1)=0$

$\Leftrightarrow(\cos x-1)(2\sin 2x-2\sin x-2\cos x+1)=0$

$\Leftrightarrow(\cos x-1)(2\cos x-1)(2\sin x-1)=0$.

Câu 33: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$ có tập nghiệm là

A. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{2\pi}{3}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{5\pi}{12}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=1\Leftrightarrow\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=1$

$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 34: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Trong các hàm số $y=\tan x$; $y=\sin 2x$; $y=\sin x$; $y=\cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

□ Ta có hàm số $y=\tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\,k\in\mathbb{Z}\right\}$ và hàm số $y=\cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,\,k\in\mathbb{Z}\}$ nên cả hai hàm số này đều không thỏa yêu cầu.

 Xét hàm số $y=\sin 2x$: Ta có $\sin 2\left(x+k\pi\right)=\sin\left(2x+k2\pi\right)=\sin 2x$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$.

 Hàm số $y=\sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π nên không thỏa yêu cầu.

Câu 35: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Gọi S là tổng các nghiệm trong khoảng $\left(0;\pi\right)$ của phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$. Tính S.

A. $S=0$. **B.** $S=\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $S=\pi$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \sin x=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Với điều kiện $x\in\left(0;\pi\right)$.

Ta có:

$0<\dfrac{\pi}{6}+k\pi<\pi\Leftrightarrow -\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{5}{6}\Rightarrow k=0$, khi đó: $x=\dfrac{\pi}{6}$.

$0<\dfrac{5\pi}{6}+k\pi<\pi\Leftrightarrow -\dfrac{5}{6}<k<\dfrac{1}{6}\Rightarrow k=0$, khi đó: $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Vậy $S=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{5\pi}{6}=\pi$.

Câu 36: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho phương trình $\tan x+\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các họ nghiệm của phương trình gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A. $0,948$. **B.** $0,949$. **C.** $0,946$. **D.** $0,947$.

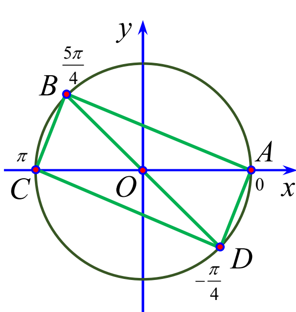
Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}\cos x\neq 0\\\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\x\neq\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành $\tan x+\dfrac{\tan x+1}{1-\tan x}=1$

$\Leftrightarrow \tan^2 x+\tan x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=0\\\tan x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\pi\\x=-\dfrac{\pi}{4}+m\pi\end{array}\right., m\in\mathbb{Z}$ (thỏa điều kiện)



Gọi $A(1;0)$, $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $C(-1;0)$ và $D\left(\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ là các điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình đã cho

Ta có tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $AD=\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

Khi đó $S_{ABCD}=AB.AD=\sqrt{2}\approx 1,41$.

Câu 37: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm chu kì của hàm số $f(x)=\sin\frac{x}{2}+2\cos\frac{3x}{2}$.

A. 5π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 4π. **D.** 2π

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chu kỳ của $\sin\frac{x}{2}$ là $T_1=\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|}=4\pi$ và Chu kỳ của $\cos\frac{3x}{2}$ là $T_2=\frac{2\pi}{\left|\frac{3}{2}\right|}=\frac{4\pi}{3}$

Chu kì của hàm ban đầu là bội chung nhỏ nhất của hai chu kì T_1 và T_2 vừa tìm được ở trên.

Chu kì của hàm ban đầu $T=4\pi$

Câu 38: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình:

$$\sqrt{2}\cos 3x=\sin x+\cos x.$$

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 3π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{2}\cos 3x=\sin x+\cos x\Leftrightarrow\cos 3x=\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\\x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in(0;\pi)$ nên nhận $x=\frac{7\pi}{8}$, $x=\frac{\pi}{16}$, $x=\frac{9\pi}{16}$.

Câu 39: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $2\sin x-1=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình tương đương $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$, $(k\in\mathbb{Z})$.

+ Với $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ nên $0\le\frac{\pi}{6}+k2\pi\le\frac{5\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow -\frac{1}{12}\le k\le\frac{7}{6}$, $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1\}$.

Suy ra: $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{13\pi}{6}\right\}$.

+ Với $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ nên $0\le\frac{5\pi}{6}+k2\pi\le\frac{5\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow -\frac{5}{12}\le k\le\frac{5}{6}$, $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=0$.

Suy ra: $x=\frac{5\pi}{6}$.

Do đó $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{13\pi}{6}\right\}$.

Vậy số nghiệm của phương trình là 3.

Câu 40: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=\frac{5}{8}$.

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{12\pi}{3}$. **C.** $\frac{9\pi}{4}$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn B

$\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=\frac{5}{8}\Leftrightarrow\left(\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}\right)^2-2\sin^2\frac{x}{2}.\cos^2\frac{x}{2}=\frac{5}{8}$

$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 x=\frac{5}{8}\Leftrightarrow 1-\frac{1}{4}(1-\cos 2x)=\frac{5}{8}\Leftrightarrow\cos 2x=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Mà $x\in(0;2\pi)$ nên $x\in\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right\}$.

Khi đó tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình là $x>0$.

Câu 41: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ xác định khi và chỉ khi $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{4}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$.

Suy ra $x\neq\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 42: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ có đồ thị (C). Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị ***không thể*** thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị (C) ?

A. $y=\sin x-\cos x$. **B.** $y=\left|\sqrt{2}\sin x+\sqrt{2}\right|$. **C.** $y=-\sin x-\cos x$. **D.** $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\max\limits_{x\in\mathbb{R}}(\sin x+\cos x)=\sqrt{2}=M$, $\min\limits_{x\in\mathbb{R}}(\sin x+\cos x)=-\sqrt{2}=m$, $M-m=2\sqrt{2}$. Vì phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên chọn đáp án D (chênh lệch giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng 2).

Câu 43: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y=\tan\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0;\pi\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định:

$\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)\neq 0\Leftrightarrow\frac{\pi}{2}\cos x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow\cos x\neq 1+2k\Leftrightarrow\cos x\neq\pm 1\Leftrightarrow\sin x\neq 0$

$\Leftrightarrow x\neq k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 44: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Giải phương trình $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$.

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **C.** $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3\Leftrightarrow 1-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=3$

$\Leftrightarrow\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=1$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=1 \Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 45: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là:

A. $-\frac{1}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; -1. **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; -2. **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có: $-\frac{\pi}{2}\le x\le -\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\le \sin x\le \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow -1\le \sin x\le -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]} y=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]} y=\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

Cách 2: Xét hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]$

+ Ta có: $y'=\cos x\ge 0$, $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]$; $y'=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right)$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]} y=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{3}\right]} y=\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

Câu 46: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-1\le \sin x\le 1 \Rightarrow \begin{cases}1-\sin x\ge 0\\1+\sin x\ge 0\end{cases}$.

Hàm số xác định khi $1+\sin x\ne 0 \Leftrightarrow \sin x\ne -1 \Leftrightarrow x\ne -\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 47: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm nghiệm của phương trình $\frac{\cos x-\sqrt{3}\sin x}{2\sin x-1}=0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi$; $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{7\pi}{6}+k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$; $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Phương trình trở thành:

$\sqrt{3}\sin x-\cos x=0 \Leftrightarrow 2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 48: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\cot\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ có dạng $x=-\dfrac{\pi}{m}+\dfrac{k\pi}{n}$, $k\in\mathbb{Z}$, m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m-n$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cot\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\cot\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cot\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy $\begin{cases}m=6\\n=1\end{cases}\Rightarrow m-n=5$.

Câu 49: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $4\cos^2x-4\cos x-3=0$ trên đường tròn lượng giác là ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\cos^2x-4\cos x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{3}{2}\quad (L)\\ \cos x=-\dfrac{1}{2}\quad (N)\end{array}\right.$.

Với $\cos x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác là 2.

Câu 50: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2m-1)\sin 3x+m\cos 3x=3m-1$ có nghiệm.

A. $m\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in(-\infty;0]\cup\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $m\in(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $(2m-1)\sin 3x + m\cos 3x = 3m-1$ có nghiêm khi

$(2m-1)^2 + m^2 \geq (3m-1)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \dfrac{1}{2}$

Câu 51: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $T = \pi$. **D.** $T = 4\pi$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$ nên hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 52: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Phương trình lượng giác: $\cos 3x - \cos 2x + 9\sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0;3\pi)$. Tổng số nghiệm của phương trình trên là:

A. $\dfrac{25\pi}{6}$. **B.** 6π. **C.** Kết quả khác. **D.** $\dfrac{11\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos 3x - \cos 2x + 9\sin x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x + 2\sin^2 x + 9\sin x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \cos x\left(1 - 4\sin^2 x\right) + (2\sin x - 1)(\sin x + 5) = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(-\cos x - 2\sin x\cos x + \sin x + 5) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2\sin x - 1 = 0 & (1) \\ \sin x - \cos x - 2\sin x\cos x + 5 = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Giải (1), ta có $(1) \Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$.

Với $x \in (0;3\pi)$ nên (1) có các nghiệm thoả bài toán là: $x = \dfrac{\pi}{6}$, $x = \dfrac{13\pi}{6}$, $x = \dfrac{5\pi}{6}$, $x = \dfrac{17\pi}{6}$.

Giải (2), đặt $t = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ với $|t| \leq \sqrt{2}$.

Khi đó $t^2 = 1 - 2\sin x\cos x \Rightarrow 2\sin x\cos x = 1 - t^2$;

Phương trình (2) trở thành $t - 1 + t^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t + 4 = 0$ phương trình vô nghiệm.

Vậy tổng các nghiệm là: $\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{13\pi}{6} + \dfrac{5\pi}{6} + \dfrac{17\pi}{6} = 6\pi$.

Câu 53: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi;2\pi]$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Suy ra số nghiệm thuộc $[\pi;2\pi]$ của phương trình là 1.

Câu 54: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $\cos 2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\frac{5}{2}$. Khi đặt $t=\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây ?

A. $4t^2+8t-5=0$. **B.** $4t^2-8t-3=0$. **C.** $4t^2-8t+3=0$. **D.** $4t^2-8t+5=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 1-2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow 1-2\cos^2\left(\frac{\pi}{6}-x\right)+4\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\frac{5}{2}$.

Đặt $t=\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$, $|t|\le 1$ ta được phương trình: $1-2t^2+4t=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 4t^2-8t+3=0$.

Câu 55: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Số vị trí điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$ trên đường tròn lượng giác là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\tan x\ne -\sqrt{3}$.

Phương trình tương đương: $2\sin x\cos x+2\cos x-\sin x-1=0 \Leftrightarrow (2\cos x-1)(\sin x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\ \sin x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$. Do $\tan x\ne-\sqrt{3}$ nên $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$ loại.

$x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$ biểu diễn trên đường tròn lượng giác có 1 điểm.

$x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ biểu diễn trên đường tròn lượng giác có 1 điểm.

Vậy có 2 vị trí biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

Câu 56: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{(2\cos x-1)(\sin 2x-\cos x)}{\sin x-1}=0$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ ta được kết quả là:

A. $T=\frac{2\pi}{3}$. **B.** $T=\frac{\pi}{2}$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $\sin x \neq 1$.

Phương trình tương đương $(2\cos x - 1)\cos x.(2\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vì $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và $\sin x \neq 1$ nên $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} \end{array}\right.$. Do đó $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 57: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + 4$ bằng.

A. 7. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \leq 1 \Rightarrow 3\sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \leq 3 \Rightarrow 3\sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + 4 \leq 7$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 7.

Câu 58: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 59: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x + \sqrt{3}\cot x - \sqrt{3} - 1 = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương $\tan^2 x-\left(\sqrt{3}+1\right)\tan x+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 60: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{-\dfrac{\pi}{6}+k\pi;-\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$, với $k\in\mathbb{Z}$.

B. $\left\{-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$, với $k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left\{-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$, với $k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left\{\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$, với $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\dfrac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x+\dfrac{\pi}{3}=\pi-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 61: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f\left(x\right)=x^5-5x^3-20x+2$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$.

A. $M=26$. **B.** $M=46$. **C.** $M=-46$. **D.** $M=50$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'\left(x\right)=5x^4-15x^2-20$,

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow5x^4-15x^2-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=4\\ x^2=-1\end{array}\right.$. Do $x^2\geq0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2$.

Mà $x\in\left[-1;3\right]$ nên $x=2$.

Ta có $f\left(-1\right)=26$, $f\left(2\right)=-46$, $f\left(3\right)=50$.

So sánh các giá trị ta được giá trị lớn nhất của hàm số là $M=50$.

Câu 62: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$. Tổng các nghiệm thuộc $\left[0;\pi\right]$ của phương trình là:

A. π. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$2\sin x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sin\dfrac{\pi}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$.

Các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{\pi}{3}$; $\dfrac{2\pi}{3}$ nên có tổng là $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{3}=\pi$.

Câu 63: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $\left[-2\pi;2\pi\right]$.

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in Z$

Vì $x\in\left[-2\pi;2\pi\right]$ nên $-2\pi\le x\le 2\pi\Leftrightarrow -\dfrac{7}{3}\le k\le\dfrac{5}{3}$. Do đó có 4 giá trị k, tương ứng có bốn nghiệm x.

Câu 64: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f\left(x\right)=x^3-3x+2$; $g\left(x\right)=x+2$ là:

A. $S=8$. **B.** $S=4$. **C.** $S=12$. **D.** $S=16$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3-3x+2=x+2\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$

Diện tích cần tìm

$$S=\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)\mathrm{d}x-\int_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}-\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{0}^{2}=8.$$

Câu 65: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x=\cos 2x$ thuộc đoạn $\left[0;20\pi\right]$.

A. 40. **B.** 30. **C.** 60. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x=\cos 2x\Leftrightarrow \sin x=1-2\sin^2 x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \sin x=\dfrac{1}{2} \\ \sin x=-1 \end{array}\right.$.

$\sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Xét $x \in [0;20\pi]$:

Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$, ta có $0 \le \frac{\pi}{6} + k2\pi \le 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \le k \le \frac{119}{12}$, do $k \in \mathbb{Z}$ nên (có 10 giá trị k).

Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, ta có $0 \le \frac{5\pi}{6} + k2\pi \le 20\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \le k \le \frac{115}{12}$, do $k \in \mathbb{Z}$ nên (có 10 giá trị k).

Với $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, ta có $0 \le -\frac{\pi}{2} + k2\pi \le 20\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le k \le \frac{41}{4}$, do $k \in \mathbb{Z}$ nên (có 10 giá trị k).

Vậy phương trình đã cho có 30 nghiệm thuộc đoạn $[0;20\pi]$.

Câu 66: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho phương trình $m\sin x + 4\cos x = 2m - 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu **giá trị nguyên** của m để phương trình có nghiệm?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện để phương trình $m\sin x + 4\cos x = 2m - 5$ có nghiệm là

$m^2 + 16 \ge (2m-5)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 20m + 9 \le 0 \Leftrightarrow \frac{10-\sqrt{73}}{3} \le m \le \frac{10+\sqrt{73}}{3}$.

Câu 67: Vậy $m \in \{1,2,3,4,5,6\}$.**(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right]$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x = \sin(2x - \pi)$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x = -\sin 2x \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x = -2\sin x\cos x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{5\pi}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Bài ra $x \in \left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right]$ nên $k\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right] \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = -\pi$.

$\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right] \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{6}$.

$-\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right] \Rightarrow k \in \varnothing \Rightarrow x \in \varnothing$.

Do đó số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2};-\pi\right]$ của phương trình đã cho là 2.

Câu 68: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Biết $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $P=0$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\cos\alpha=\pm\frac{1}{2}$.

Từ $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi\Rightarrow\cos\alpha<0$ nên $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$.

Do đó $P=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\cos2\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\sin2\alpha\sin\frac{\pi}{3}$

$=\left(2\cos^2\alpha-1\right).\frac{1}{2}+2\sin\alpha\cos\alpha.\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos^2\alpha-\frac{1}{2}+\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha=-1$.

Câu 69: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Phương trình $2\cos x-1=0$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 70: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1$ là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 71: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho phương trình $2m\sin x\cos x+4\cos^2x=m+5$, với m là một phần tử của tập hợp $E=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2m\sin x\cos x+4\cos^2 x=m+5\Leftrightarrow m\sin 2x+4\dfrac{1+\cos 2x}{2}=m+5$

$\Leftrightarrow m\sin 2x+2\cos 2x=m+3$.

Phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi $m^2+4\geq (m+3)^2\Leftrightarrow m\leq \dfrac{-5}{9}$.

Vậy có ba giá trị của $m\in E$ để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 72: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình $\sqrt{3}\sin x-\cos x=1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=1$. **D.** $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{3}\sin x-\cos x=1\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\dfrac{1}{2}\cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 73: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0$ trong $[0;2018\pi]$ là

A. 1008. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 1009.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0\Leftrightarrow 8\sin^2 x\cos^2 x+2\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x\left(4\sin^2 x+1\right)=0\Leftrightarrow \cos^2 x=0\Leftrightarrow \cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Bài ra $x\in[0;2018\pi]$ nên $\dfrac{\pi}{2}+k\pi\in[0;2018\pi]\Rightarrow k\in\{0;\ 1;\ 2;\ 3;...;\ 2017\}$.

Do đó số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0$ trong $[0;2018\pi]$ là 2018.

Câu 74: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tập xác định của hàm số $y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ xác định khi và chỉ khi

$\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\neq 0\Leftrightarrow 2x+\dfrac{\pi}{3}\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 75: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Giải phương trình $\cos 2x+2\cos x-3=0$.

A. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\cos 2x+2\cos x-3=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+2\cos x-3=0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x+\cos x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=-2\end{array}\right.$.

Vì $-1\le \cos x\le 1$ nên $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $x=k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 76: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin 3x$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ hoặc $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$ hoặc $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$ hoặc $x=\dfrac{4\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin 3x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\sin 3x$

$\Leftrightarrow \cos\dfrac{\pi}{3}\sin x-\sin\dfrac{\pi}{3}\cos x=\sin 3x$

$\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin 3x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-\dfrac{\pi}{3}=3x+k2\pi\\ x-\dfrac{\pi}{3}=\pi-3x+k2\pi\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{6}-k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 77: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Phương trình $\sqrt{3}\cos x+\sin x=-2$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0;4035\pi\right]$?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2011. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{3}\cos x+\sin x=-2\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x=-1\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)\Leftrightarrow x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Trên đoạn $\left[0;4035\pi\right]$, các giá trị $k\in\mathbb{Z}$ thỏa bài toán thuộc tập $\left\{0;1;2;\ldots;2016\right\}$.

Do đó có 2017 nghiệm của phương trình thuộc đoạn $\left[0;4035\pi\right]$.

Câu 78: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $2\sin x-1=0$ có bao nhiêu nghiệm $x\in\left(0;2\pi\right)$?

A. 2 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\sin x-1=0\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Do $x\in\left(0;2\pi\right)$ nên ta có $x=\frac{\pi}{6};x=\frac{5\pi}{6}$.

Câu 79: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình: $\cos 2x+\sin x-1=0$ $\left(*\right)$. Bằng cách đặt $t=\sin x\ \left(-1\le t\le 1\right)$ thì phương trình $\left(*\right)$ trở thành phương trình nào sau đây?

A. $-2t^2+t=0$. **B.** $t^2+t-2=0$. **C.** $-2t^2+t-2=0$. **D.** $-t^2+t=0$.

Lời giải

Chọn A

$\cos 2x+\sin x-1=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x+\sin x-1=0\Leftrightarrow -2\sin^2 x+\sin x=0\Rightarrow -2t^2+t=0$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $4\sqrt{3}\cos x+\sin x+2m-1=0$ có nghiệm là

A. 6. **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Phương trình $4\sqrt{3}\cos x+\sin x+2m-1=0$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$\left(4\sqrt{3}\right)^2+1^2\geq\left(2m-1\right)^2\Leftrightarrow 4m^2-4m-48\leq 0\Leftrightarrow -3\leq m\leq 4$.

Vì m là số nguyên dương nên $m\in\left\{1;2;3;4\right\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của phương trình $2\cos 2x+1=0$ là

A. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi,-\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi,-\frac{2\pi}{3}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi,-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi,-\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\cos 2x+1=0\Leftrightarrow\cos 2x=-\frac{1}{2}=\cos\frac{2\pi}{3}$

$\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x\cos x+2\left(\sin x+\cos x\right)=2$ thì giá trị của $P=3+\sin 2x_0$ là

A. $P=3$. **B.** $P=3+\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $P=0$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x+\cos x$, $-\sqrt{2}\leq t\leq\sqrt{2}$. Khi đó: $\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$, phương trình đã cho trở thành:

$\frac{t^2-1}{2}+2t=2\Leftrightarrow t^2+4t-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-5\end{array}\right.$.

Với $t=-5$ loại do $-\sqrt{2}\leq t\leq\sqrt{2}$.

Với $t=1$ ta có: $\sin x+\cos x=1\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2k\pi\\x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2k\pi\\x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\end{array}\right.$.

Với $x_0=2k\pi$ thì $P=3+\sin 2\left(2k\pi\right)=3$.

Với $x_0=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ thì $P=3+\sin 2\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)=3$.

Vậy $P=3$.

Cách khác.

Khi $t=1$ thì x_0 là nghiệm của pt $\sin x+\cos x=1$. Suy ra

$\sin x_0+\cos x_0=1 \Rightarrow 1+\sin 2x_0=1 \Rightarrow \sin 2x_0=0 \Rightarrow P=3$.

Câu 4: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\cos x=0$ thỏa điều kiện $0<x<\pi$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos^2 x-\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right. \ (k\in\mathbb{Z})$.

Do $0<x<\pi \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 5: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x\cos x+|\sin x+\cos x|=1$ trên khoảng $(0;2\pi)$ là

A. 2π. **B.** 4π. **C.** 3π. **D.** π.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=|\sin x+\cos x|$, $(0\le t\le\sqrt{2})$

$\Rightarrow t^2=1+2\sin x.\cos x \Rightarrow \sin x.\cos x=\frac{t^2-1}{2}$. Phương trình đã cho trở thành:

$t^2+2t-3=0 \Leftrightarrow t=1$ (thỏa mãn) hoặc $t=-3$ (loại).

Với $t=1 \Rightarrow \sin 2x=0 \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}$.

Trong khoảng $(0;2\pi)$ các nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2}\right\}$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;2\pi)$ là 3π.

Câu 6: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Tập xác định của hàm số $y=\frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D=\mathbb{R}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $\begin{cases}\cos 2x\ne 0\\ \cos x\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ne\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\end{cases}, k\in\mathbb{Z}$

Vậy tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}+k\pi\right\},k\in\mathbb{Z}$.

Câu 7: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các số thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $-\frac{1}{2}<m<0$ hoặc $m>1$.

B. $m>-\frac{1}{2}$.

C. $m\ge-\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}<m\le0$ hoặc $m\ge1$.

Lời giải

Chọn D

$x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \sin x\in(0;1)$. Hàm số xác định trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi $\mathrm{m}\notin(0;1)$ hay $\left[\begin{array}{l}m\le0\\m\ge1\end{array}\right.$ (1).

Ta có $y'=\frac{\cos x(2m+1)}{(\sin x-m)^2}$. Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y'>0$ với $\forall x\in D\Leftrightarrow 2m+1>0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$.

Kết hợp (1) ta có $-\frac{1}{2}<m\le0$ hoặc $m\ge1$.

Câu 8: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}$.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-\infty;-2]\cup(1;+\infty)$.

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=-1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.
- $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=1=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{\sqrt{(x-1)(x+2)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 9: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4\sin x+(m-4)\cos x-2m+5=0$ có nghiệm là

A. 5.

B. 6.

C. 10.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$4\sin x+(m-4)\cos x-2m+5=0\Leftrightarrow 4\sin x+(m-4)\cos x=2m-5$.

Phương trình có nghiệm khi $4^2+(m-4)^2-(2m-5)^2\geq 0\Leftrightarrow -3m^2+12m+7\geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{6-\sqrt{57}}{3}\leq m\leq \dfrac{6+\sqrt{57}}{3}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0,1,2,3,4\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm là 10.

Câu 10: **(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{9\pi}{2}\right)-3\cos\left(x-\dfrac{15\pi}{2}\right)=1+2\sin x$ với $x\in[0;2\pi]$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\sin\left(2x+\dfrac{9\pi}{2}\right)-3\cos\left(x-\dfrac{15\pi}{2}\right)=1+2\sin x$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)-3\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=1+2\sin x\Leftrightarrow \cos 2x+3\sin x=1+2\sin x$

$\Leftrightarrow -2\sin^2 x+\sin x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

Do $x\in[0;2\pi]$ nên $x=\left\{0;\pi;2\pi;\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right\}$. Vậy có 5 nghiệm.

Câu 11: **(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9\pi}{4};\dfrac{11\pi}{4}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{7\pi}{4};3\pi\right)$. **D.** $\left(\dfrac{7\pi}{4};\dfrac{9\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tròn lượng giác ta thấy hàm số lượng giác cơ bản $y=\sin x$ đồng biến ở góc phần tư thứ nhất và góc phần tư thứ tư.

Dễ thấy khoảng $\left(\dfrac{7\pi}{4};\dfrac{9\pi}{4}\right)$ là phần thuộc góc phần tư thứ tư và thứ nhất nên hàm số đồng biến.

Câu 12: **(THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Giải phương trình: $\cos 3x.\tan 4x=\sin 5x$.

A. $x=k\dfrac{2}{3}\pi$, $x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{8}$. **B.** $x=k2\pi$, $x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{3\pi}{8}$.

C. $x=k\pi$, $x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{8}$. **D.** $x=k\dfrac{\pi}{2}$, $x=\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{3\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\cos 4x \neq 0$.

$\cos 3x.\tan 4x = \sin 5x \Leftrightarrow \cos 3x.\sin 4x = \sin 5x.\cos 4x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 7x + \sin x) = \frac{1}{2}(\sin 9x + \sin x)$

$\sin 9x = \sin 7x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9x = 7x + k2\pi \\ 9x = \pi - 7x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{array}\right.$.

Thử qua điều kiện xác định ta thấy $x = k\pi$ và $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm phương trình là $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{array}\right.$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$?

A. $\cos x = -1$. **B.** $\cos x = 1$. **C.** $\tan x = 0$. **D.** $\cot x = 1$.

Lời giải

Chọn C

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi; (k \in \mathbb{Z})$.

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi; (k \in \mathbb{Z})$.

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi; (k \in \mathbb{Z})$.

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi; (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Mà $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$.

Câu 15: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x - \sin 2x + 5$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $-\sqrt{2}$. **C.** $6 - \sqrt{2}$. **D.** $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = 2\cos^2 x - \sin 2x + 5 = \cos 2x - \sin 2x + 6 = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 6$.

Do $-\sqrt{2} \leq \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ nên $-\sqrt{2} + 6 \leq \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 6 \leq \sqrt{2} + 6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^2 x - \sin 2x + 5$ là $6 - \sqrt{2}$.

Câu 16: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sqrt{3}\sin x+\cos x=m$, với m là tham số có nghiệm khi giá trị của m bằng

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $-1\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\sqrt{3}\sin x+\cos x=m$ có nghiệm khi $\left(\sqrt{3}\right)^2+1\ge m^2\Leftrightarrow m^2\le 4\Leftrightarrow -2\le m\le 2$.

Câu 17: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\sin 2x=\cos x$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin 2x=\cos x\Leftrightarrow \sin 2x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 18: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Tìm giá trị dương của k để $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x}=9f'(2)$ với $f(x)=\ln\left(x^2+5\right)$:

A. $k=12$. **B.** $k=2$. **C.** $k=5$. **D.** $k=9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+5}\Rightarrow f'(2)=\dfrac{4}{9}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{|x|\sqrt{(3k+1)+\dfrac{1}{x^2}}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{(3k+1)+\dfrac{1}{x^2}}}{x}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{(3k+1)+\dfrac{1}{x^2}}=\sqrt{3k+1}$.(Theo đề bài $k>0$).

Theo đề bài: $\sqrt{3k+1}=9.\dfrac{4}{9}\Leftrightarrow k=5$.

Câu 19: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a\sin^2 x+2\sin 2x+3a\cos^2 x=2$ có nghiệm?

A. 2. **B.** $\dfrac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a\sin^2 x+2\sin 2x+3a\cos^2 x=2\Leftrightarrow a\dfrac{1-\cos 2x}{2}+2\sin 2x+3a\dfrac{1+\cos 2x}{2}=2$

$\Leftrightarrow 4\sin 2x+2a\cos 2x=4-4a\,(*)$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow\ 16+4a^2\ge(4-4a)^2\Leftrightarrow 12a^2-32a\le 0\Leftrightarrow 0\le a\le\dfrac{8}{3}$.

Câu 20: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a\,//\,b$ và $b\subset(\alpha)$.
B. $a\,//\,(\beta)$ và $(\beta)\,//\,(\alpha)$.
C. $a\,//\,b$ và $b\,//\,(\alpha)$.
D. $a\cap(\alpha)=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Cho phương trình $\cos 2x-(2m-3)\cos x+m-1=0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

A. $1\le m<2$.
B. $m<2$.
C. $m\ge 1$.
D. $m\le 1$.

Lời giải

Chọn A

$\cos 2x-(2m-3)\cos x+m-1=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x-(2m-3)\cos x+m-2=0$

$\Leftrightarrow(2\cos x-1)(\cos x+2-m)=0\ \Leftrightarrow\cos x+2-m=0$, vì $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow\cos x=m-2$

Ycbt $\Leftrightarrow -1\le m-2<0\ \Leftrightarrow 1\le m<2$

Câu 22: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x-\sin x=1$ trên $[0;2\pi]$.

A. $\dfrac{\pi}{6}$.
B. $\dfrac{11\pi}{6}$.
C. $\dfrac{5\pi}{3}$.
D. $\dfrac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{3}\cos x-\sin x=1\Leftrightarrow\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Do đó các nghiệm trên $[0;2\pi]$ của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{6}$, $x=\dfrac{3\pi}{2}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình trên $[0;2\pi]$ bằng $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{3\pi}{2}=\dfrac{5\pi}{3}$.

Câu 23: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x+(m+1)\cos x=\sqrt{2}$ vô nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$. **B.** $m < -2$. **C.** $-2 < m < 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $\sin x + (m+1)\cos x = \sqrt{2}$ vô nghiệm thì $1^2 + (m+1)^2 < \left(\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow -2 < m < 0$.

Câu 24: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m - 1$ có nghiệm.

A. $m \leq 2$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $1 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn D

Do $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình có nghiệm khi $0 \leq m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$

Câu 25: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt:

A. Đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.

B. Đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

C. Đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.

D. Trục hoành tại một điểm.

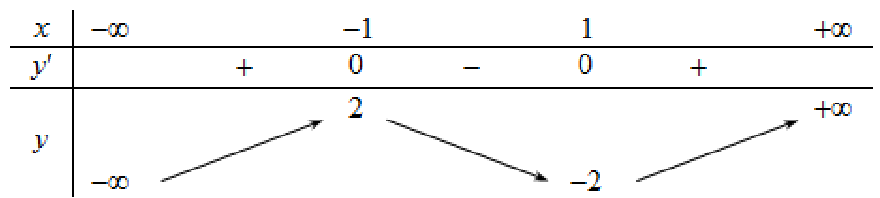
Lời giải

Chọn B

$y = x^3 - 3x$.

$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án **B.**

Câu 26: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tập tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2\sin^2 x - 6\sin x - 2\cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có: $\sin 2x + 2\sin^2 x - 6\sin x - 2\cos x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x\cos x - 2\cos x) + (2\sin^2 x - 6\sin x + 4) = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) + 2(\sin x - 2)(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin x + \cos x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x + \cos x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\,(VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Cách 2: Dùng MTCT thử lần lượt các đáp án, thấy C là đáp án đúng.

Câu 27: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x)=0$ trên đoạn $x\in[0;2\pi]$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin(\cos x)=0 \Leftrightarrow \cos x = k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

Vì $|\cos x|\le 1$ nên $k=0$. Do đó phương trình $\Leftrightarrow \cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+m\pi\,(m\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in[0;2\pi]$ nên $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{3\pi}{2}$.

Câu 28: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(2+\sqrt{3}\right)\sin x-\cos x$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $3+\sqrt{3}$. **B.** 0. **C.** $1+\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2+1}\le\left(2+\sqrt{3}\right)\sin x-\cos x\le\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2+1}$.

Vậy $M+m=0$.

Câu 29: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.

B. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số chẵn.

D. Đồ thị hàm số $y=\sin x$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề A sai vì hàm số $y=\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T=2\pi$.

Mệnh đề C sai vì hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ.

Mệnh đề D sai vì hàm số $y=\sin x$ không có tiệm cận ngang.

Mệnh đề B đúng vì hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$.

Câu 1: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^3 2x - \cos^2 2x = m\sin^2 x$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$?

A. 3. **B.** 0 . **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\cos^3 2x - \cos^2 2x = m\sin^2 x \Leftrightarrow \cos^2 2x\left(\cos 2x - 1\right) = m\sin^2 x \Leftrightarrow \sin^2 x\left(2\cos^2 2x + m\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x + m = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -m - 1$.

Có $x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 4x \in \left(0;\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow -\frac{1}{2} < \cos 4x < 1$

Để phương trình có nghiệm $x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ thì $-\frac{1}{2} < -m - 1 < 1 \Leftrightarrow -2 < m < -\frac{1}{2}$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -1$.

Câu 2: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tìm giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm

A. $a = 3$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = 1$. **D.** $a = -1$.

Lời giải

Chọn B

$a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2 \Leftrightarrow a\frac{1-\cos 2x}{2} + 2\sin 2x + 3a\frac{1+\cos 2x}{2} = 2$

$\Leftrightarrow a - a\cos 2x + 4\sin 2x + 3a + 3a\cos 2x = 4 \Leftrightarrow 4\sin 2x + 2a\cos 2x = 4 - 4a \quad (*)$

$(*)$ có nghiệm khi $4^2 + 4a^2 \geq \left(4 - 4a\right)^2 \Leftrightarrow 12a^2 - 32a \leq 0 \Leftrightarrow 12a^2 - 32a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$.

Do $a \in \mathbb{Z}$ và là số lớn nhất nên $a = 2$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Vì $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{4\pi}{9}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 4: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3$ trên $\left(0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ là:

A. $\dfrac{7\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{7\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{7\pi}{2}$. **D.** 2π .

Hướng dẫn giải

Chọn C

$2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=3 \Leftrightarrow \cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2 \Leftrightarrow \cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1$

$\Leftrightarrow 2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

Xét $0<x\le\dfrac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0<\dfrac{\pi}{6}+k\pi\le\dfrac{5\pi}{2} \Rightarrow k=0$, $k=1$, $k=2$.

Với $k=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{6}$; $k=1\Rightarrow x=\dfrac{7\pi}{6}$; $k=2\Rightarrow x=\dfrac{13\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $\dfrac{7\pi}{2}$.

Câu 5: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Gọi M , m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2\cos x+1}{\cos x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M+9m=0$. **B.** $9M-m=0$. **C.** $9M+m=0$. **D.** $M+m=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{2\cos x+1}{\cos x-2}=2+\dfrac{5}{\cos x-2}$,

mà $-1\le\cos x\le 1 \Leftrightarrow -3\le\cos x-2\le -1 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{3}\ge\dfrac{5}{\cos x-2}\ge -5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\ge 2+\dfrac{5}{\cos x-2}\ge -3$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\ge y\ge -3$. Vậy $M=\dfrac{1}{3}$ và $-1\le\cos x\le 1\Rightarrow 9M+m=0$.

Câu 6: Phương trình $4\sin^2 2x-3\sin 2x\cos 2x-\cos^2 2x=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7: Phương trình $4\sin^2 2x-3\sin 2x\cos 2x-\cos^2 2x=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;\pi)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $\cos 2x=0$ không thỏa mãn phương trình. Do đó, phương trình đã cho tương đương với:

$$4\tan^2 2x-3\tan 2x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan 2x=1\\ \tan 2x=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2} & (1)\\ x=\dfrac{1}{2}\arctan\left(-\dfrac{1}{4}\right)+k\dfrac{\pi}{2} & (2)\end{array}\right.$$

Xét (1), vì $x\in(0;\pi)$ $\Rightarrow 0<\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}<\pi$ $\Rightarrow k\in\{1\}$ (do $k\in\mathbb{Z}$).

Xét (2), vì $x\in(0;\pi)$ $\Rightarrow 0<\frac{1}{2}\arctan\left(-\frac{1}{4}\right)+k\frac{\pi}{2}<\pi$ $\Rightarrow k\in\{1;2\}$ (do $k\in\mathbb{Z}$).

Do đó, trong khoảng $(0;\pi)$ thì phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 8: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

A. $\left(-\frac{29}{3};1\right)$. **B.** $\left(-1;\frac{29}{3}\right)$. **C.** $\left[-1;\frac{29}{3}\right]$. **D.** $\left[-\frac{29}{3};1\right]$.

Câu 9: Số nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ của phương trình $\cos x-\cos 2x-\cos 3x+1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 10: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

A. $\left(-\frac{29}{3};1\right)$. **B.** $\left(-1;\frac{29}{3}\right)$. **C.** $\left[-1;\frac{29}{3}\right]$. **D.** $\left[-\frac{29}{3};1\right]$.

Lời giải

Chọn A

$y'=x^2-4x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=0\end{array}\right.$.

BBT

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$-\frac{29}{3}$	↗	$+\infty$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì $m\in\left(-\frac{29}{3};1\right)$.

Câu 11: Số nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$ của phương trình $\cos x-\cos 2x-\cos 3x+1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos x-\cos 2x-\cos 3x+1=0\Leftrightarrow \cos x-\left(2\cos^2 x-1\right)-\left(4\cos^3 x-3\cos x\right)+1=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x+2\cos^2 x-4\cos x-2=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=-1\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\xrightarrow{x\in[0;\pi]}\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{2\pi}{3}\\ x=\pi\end{array}\right.$.

Câu 12: Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\pi;\pi\right)$ của phương trình: $2\sin x=1$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 13: Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\pi;\pi\right)$ của phương trình: $2\sin x=1$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Mà $x\in\left(-\pi;\pi\right)\Rightarrow x=\frac{\pi}{6};x=\frac{5\pi}{6}$. Vậy phương trình có hai nghiệm thỏa mãn đề bài.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x+9\sin x-7=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x+9\sin x-7=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$2\cos 2x+9\sin x-7=0\Leftrightarrow -4\sin^2 x+9\sin x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{5}{4}\left(VN\right)\\\sin x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 16: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3\cos x-1=0$ trên đoạn $\left[0;4\pi\right]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$. **B.** 6π. **C.** $\frac{17\pi}{2}$. **D.** 8π.

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3\cos x-1=0$ trên đoạn $\left[0;4\pi\right]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$. **B.** 6π. **C.** $\frac{17\pi}{2}$. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=-\alpha+k2\pi\end{array}\right.$ (với $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, $k\in\mathbb{Z}$).

Mà $x\in\left[0;4\pi\right]$ nên $x\in\left\{\alpha;-\alpha+2\pi;\alpha+2\pi;-\alpha+4\pi\right\}$.

Vậy tổng các nghiệm thỏa mãn đề bài là $\alpha+\left(-\alpha\right)+2\pi+\alpha+2\pi+\left(-\alpha\right)+4\pi=8\pi$.

Câu 18: Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 19: Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

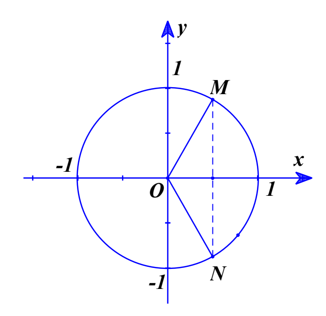
Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Mỗi họ nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác 2 điểm và các điểm khác nhau nên số điểm biểu diễn các nghiệm là 4.

Câu 20: Một phương trình có tập nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M và N trong hình dưới.



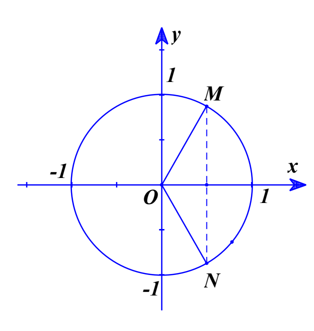
Phương trình đó là

A. $2\cos x-1=0$. **B.** $2\cos x-\sqrt{3}=0$. **C.** $2\sin x-\sqrt{3}=0$. **D.** $2\sin x-1=0$.

Câu 21: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2\sin^2 x-\sin 2x+10$ là

A. 10. **B.** $11-\sqrt{2}$. **C.** $11+\sqrt{2}$. **D.** $9+\sqrt{2}$.

Câu 22: Một phương trình có tập nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M và N trong hình dưới.



Phương trình đó là

A. $2\cos x-1=0$. **B.** $2\cos x-\sqrt{3}=0$. **C.** $2\sin x-\sqrt{3}=0$. **D.** $2\sin x-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Hai điểm M, N đối xứng qua trục Ox nên loại đáp án **C**, **D**.

MN cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.

Ta có $2\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}$, suy đáp án **A** đúng.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2\sin^2 x-\sin 2x+10$ là

A. 10. **B.** $11-\sqrt{2}$. **C.** $11+\sqrt{2}$. **D.** $9+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)=2\sin^2 x-\sin 2x+10=11-\sin 2x-\cos 2x=11-\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Do $-1\le\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1\Rightarrow-\sqrt{2}\le\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$ nên $11-\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\le 11+\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\Leftrightarrow x=-\frac{3\pi}{8}+k\pi$, $\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Vậy $\max f\left(x\right)=11+\sqrt{2}$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của m để phương trình $\cos x+\sin^{2018}5x+m=0$ có nghiệm là:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 25: Giá trị lớn nhất của m để phương trình $\cos x+\sin^{2018}5x+m=0$ có nghiệm là:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tương đương: $\cos x+\sin^{2018}5x=-m$.

Ta có: $\begin{cases}\cos x\ge-1\\ \sin^{2018}5x\ge 0\end{cases}\Rightarrow\cos x+\sin^{2018}5x\ge-1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\cos x=-1\\ \sin 5x=0\end{cases}$.

$\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$. Khi đó $\sin 5x=\sin\left[5\left(\pi+k2\pi\right)\right]=\sin 5\pi=0$ thỏa mãn.

Phương trình có nghiệm thì $-m\ge-1\Leftrightarrow m\le 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của m là $m=1$.

Câu 26: Giải phương trình $\sin x.\cos x=\frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[\pi;2018\pi\right]$ ta được số nghiệm là:

A. 2016 nghiệm. **B.** 2017 nghiệm. **C.** 2018 nghiệm. **D.** 2019 nghiệm.

Câu 27: Giải phương trình $\sin x.\cos x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $[\pi; 2018\pi]$ ta được số nghiệm là:

A. 2016 nghiệm. **B.** 2017 nghiệm. **C.** 2018 nghiệm. **D.** 2019 nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x.\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Khi đó $\pi \le x \le 2018\pi \Leftrightarrow \frac{3}{4} \le k \le \frac{8071}{4} \Leftrightarrow 1 \le k \le 2017$ (Do k là số nguyên).

Vậy trên đoạn $[\pi; 2018\pi]$ phương trình đã cho có 2017 nghiệm.

Câu 28: Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 20179. **B.** 20181. **C.** 16144. **D.** 16145.

Câu 29: Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 20179. **B.** 20181. **C.** 16144. **D.** 16145.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin 5x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in [-2018\pi; 2018\pi]$ nên

+ Với $x = \frac{k\pi}{2}$ ta có $-2018\pi \le \frac{k\pi}{2} \le 2018\pi \Leftrightarrow -4036 \le k \le 4036$. Suy ra có 8073 nghiệm.

+ Với $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ ta có $-2018\pi \le \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \le 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{12109}{2} \le k \le \frac{12107}{2}$. Suy ra có 12108 nghiệm.

Vậy có $8073 + 12108 = 20181$ nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$.

Câu 30: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Câu 31: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$. **B.** π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \end{array}\right. (k, l \in \mathbb{Z})$.

Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

$x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\,\pi)$ là $x=\frac{\pi}{6}$ và $x=\frac{5\pi}{6}$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;\,\pi)$ của phương trình này bằng π.

Câu 32: Tìm tập nghiệm của phương trình: $2\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}=0$

A. $\left\{-\frac{7\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3};\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\left\{\pm\frac{5\pi}{6}+k\,2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{7\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3};-\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $\left\{\frac{7\pi}{36}+k2\pi;-\frac{13\pi}{36}+k2\,\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 33: Tìm tập nghiệm của phương trình: $2\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}=0$

A. $\left\{-\frac{7\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3};\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
B. $\left\{\pm\frac{5\pi}{6}+k\,2\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{7\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3};-\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
D. $\left\{\frac{7\pi}{36}+k2\pi;-\frac{13\pi}{36}+k2\,\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{5\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\3x+\frac{\pi}{4}=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{7\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\\x=-\frac{13\pi}{36}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$$

Câu 34: Cho phương trình $\sin^2x.\tan x+\cos^2x.\cot x+2\sin x\cos x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Tính hiệu nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình.

A. $-\frac{3\pi}{2}$.
B. $\frac{5\pi}{6}$.
C. $-\frac{5\pi}{6}$.
D. π.

Câu 35: Cho phương trình $\sin^2x.\tan x+\cos^2x.\cot x+2\sin x\cos x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Tính hiệu nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình.

A. $-\frac{3\pi}{2}$.
B. $\frac{5\pi}{6}$.
C. $-\frac{5\pi}{6}$.
D. π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{\sin^3 x}{\cos x}+\dfrac{\cos^3 x}{\sin x}+2\sin x\cos x=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow \sin^4 x+\cos^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\sin x\cos x \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Suy ra nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình lần lượt là $-\dfrac{2\pi}{3}$ và $\dfrac{\pi}{6}$

Ta có: $-\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 36: Tìm tập xác định của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{\sin 2x+2}{1-\cos x}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi\right\}$. **C.** $D=\left\{k2\pi\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi\right\}$.

Câu 37: Tìm tập xác định của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{\sin 2x+2}{1-\cos x}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi\right\}$. **C.** $D=\left\{k2\pi\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \dfrac{\sin 2x+2}{1-\cos x}\geq 0 \Leftrightarrow 1-\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k2\pi,\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi\right\},\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 38: Số nghiệm của phương trình $3\cos 2x=2$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39: Số nghiệm của phương trình $3\cos 2x=2$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

$3\cos 2x=2 \Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\arccos\dfrac{2}{3}+k2\pi \\ 2x=-\arccos\dfrac{2}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{2}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{2}{3}+k\pi \end{array}\right..$

Xét trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ ta có $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3} \\ x=\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3}+\pi \\ x=-\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3} \\ x=-\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3}+\pi \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$.

Cách 2: Dùng Casio.

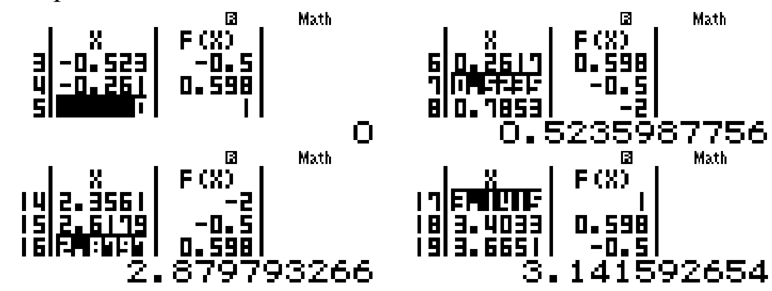
Dùng chức năng TABLE.

Nhập hàm:

```
f(X)=3cos(2X)-2
```

Cho Start = $-\frac{\pi}{4}$, End = $\frac{3\pi}{2}$, Step = $\frac{\pi}{12}$.

Kết quả có bốn lần đổi dấu như sau:



Chú ý: Tắt đi hàm $g(X)$ như sau:

Bấm SHIFT, MODE, di chuyển xuống, chọn 5: TABLE

```
1:ab/c   2:d/c
3:CMPLX  4:STAT
5:TABLE  6:Rdec
7:Disp   8:◄CONT►
```

Sau đó chọn 1:

```
Select Type?
1:f(x)
2:f(x),g(x)
```

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0$ trong khoảng $(0;2\pi)$.

A. $S=\dfrac{11\pi}{6}$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=5\pi$. **D.** $S=\dfrac{7\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0 \Leftrightarrow (2\cos 2x+5)(\sin^2 x-\cos^2 x)+3=0$

$\Leftrightarrow -(2\cos 2x+5)\cos 2x+3=0 \Leftrightarrow -2\cos^2(2x)-5\cos 2x+3=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2}$.

$\cos 2x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z}) \Rightarrow x\in\left\{\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{7\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right\}$.

Do đó: $S=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{5\pi}{6}+\dfrac{7\pi}{6}+\dfrac{11\pi}{6}=4\pi$.

Câu 2: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $\dfrac{\cos 2x+3\sin x-2}{\cos x}=0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Điều kiện xác định: $\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+l\pi$ với $l\in\mathbb{Z}$.

Khi đó phương trình trở thành

$\cos 2x+3\sin x-2=0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x+3\sin x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=1 \quad (1) \\ \sin x=\dfrac{1}{2} \quad (2) \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta loại phương trình (1). Giải phương trình (2) được $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Cách 2: Dùng máy tính

Bước 1: nhập vế trái của phương trình.
Bước 2: nhấn CALC thay X bằng các kết quả trong mỗi phương án.
Bước 3: chọn đáp án nào đều trả về kết quả bằng hoặc rất "gần" 0.
(chú ý đơn vị ra-đi-an).

Câu 3: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Tập giá trị của hàm số $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+1$ là đoạn $[a;\, b]$. Tính tổng $T=a+b$.

A. $T=1$. **B.** $T=2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+1 \Leftrightarrow \sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=y-1$

Để phương trình trên có nghiệm thì $1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2\ge (y-1)^2 \Leftrightarrow y^2-2y-3\le 0 \Leftrightarrow -1\le y\le 3$.

Suy ra $y\in[-1;3]$. Vậy $T=-1+3=2$.

Cách 2: Ta có $y-1=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$. Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopskii ta có

$(y-1)^2=\left(\sin 2x+\sqrt{3}cos2x\right)^2\le(1+3)\left(\sin^2 2x+cos^2 2x\right)=4 \Leftrightarrow -2\le y-1\le 2 \Leftrightarrow -1\le y\le 3.$

Vậy $T=-1+3=2$.

Cách 3: $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+1=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$

Do $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\in[-1;1]$ nên $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1\in[-1;3]$.

Vậy $-1\le y\le 3$.(Ta thấy $y=-1$ khi $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$, $y=3$ khi $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$).sss

Câu 4: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Gọi K là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-2=m$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$.

Hỏi K là tập con của tập hợp nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. **B.** $\left(1-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đặt $t=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin x+\cos x$, $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Suy ra $t^2=1+\sin 2x \Rightarrow t^2+t-3=m$
Xét hàm số $y=f(t)=t^2+t-3$, $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

$f'(t)=2t+1$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

Phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-2=m$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $t^2+t-3=m$ có đúng một nghiệm $t\in\left(1;\sqrt{2}\right)$

t	1	$\sqrt{2}$
$f'(t)$	$+$	
$f(t)$	-1 ↗	$\sqrt{2}-1$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $K=\left(-1;\sqrt{2}-1\right)\subset\left(-\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Cách 2 : Xét hàm số $f(x)=\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)-2$ với $x\in\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

Ta có $f'(x)=2\cos 2x+\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$, vậy

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 2\cos 2x+\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)+\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x-\sin x=0\\ 2\left(\cos x+\sin x\right)+1=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}\in\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)\\ 2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+1=0\quad(*)\end{array}\right.$$

Vì trong khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$ thì $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\geq 0$ nên phương trình $(*)$ vô nghiệm trên $\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

Lập bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{\pi}{4}$		$\dfrac{3\pi}{4}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$\sqrt{2}-1$	↘	-3

Vậy để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$ thì

$m\in\left(-1;\sqrt{2}-1\right)\subset\left(-\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 5: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(\mathrm{m})$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(\mathrm{h})$ được cho bởi công thức $h=3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6}+\dfrac{\pi}{3}\right)+12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t=22(\mathrm{h})$. **B.** $t=15(\mathrm{h})$. **C.** $t=14(\mathrm{h})$. **D.** $t=10(\mathrm{h})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $-1 \le \cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}\right) \le 1 \Leftrightarrow 9 \le h \le 15$. Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được khi $\cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}=k2\pi \Leftrightarrow t=-2+12k$

Vì $t>0 \Leftrightarrow -2+12k>0 \Leftrightarrow k>\frac{1}{6}$

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thoả $k>\frac{1}{6}$ là $k=1 \Rightarrow t=10$.

Câu 6: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(\text{m})$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(\text{h})$ được cho bởi công thức $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{6}+\frac{\pi}{3}\right)+12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t=22(\text{h})$. **B.** $t=15(\text{h})$. **C.** $t=14(\text{h})$. **D.** $t=10(\text{h})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $-1 \le \cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}\right) \le 1 \Leftrightarrow 9 \le h \le 15$. Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được khi $\cos\left(\frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t+\frac{\pi}{3}=k2\pi \Leftrightarrow t=-2+12k$

Vì $t>0 \Leftrightarrow -2+12k>0 \Leftrightarrow k>\frac{1}{6}$

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thoả $k>\frac{1}{6}$ là $k=1 \Rightarrow t=10$.

Câu 7: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho phương trình $\cos 5x=3m-5$. Gọi đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Tính $3a+b$.

A. 5. **B.** -2. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** 6.

Giải:

Chọn D

Phương trình đã cho có nghiệm khi $-1 \le 3m-5 \le 1 \Leftrightarrow 4 \le 3m \le 6 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \le m \le 2$.

Khi đó tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm là $\left[\frac{4}{3};2\right]$.

Ta được $a=\frac{4}{3}$; $b=2$. Suy ra $3a+b=6$.

Câu 8: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y=\cot x$. **B.** $y=-\tan x$. **C.** $y=\cos x$. **D.** $y=\sin x$.

Lời giải

Chọn D

[Phương pháp tự luận]

Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với mọi $k\in\mathbb{Z}$. Chọn $k=0$, ta được hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Xét A: Hàm số $y=\cot x$ không xác định tại $x=0\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nên không thể đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

Xét B:Ta thấy $\begin{cases}\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{3}\\ -\tan\frac{\pi}{4}<-\tan\frac{\pi}{3}\end{cases}$ $\Rightarrow$Hàm số $y=-\tan x$ không thể đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

Xét C: Ta thấy $\begin{cases}\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{3}\\ \cos\frac{\pi}{4}>\cos\frac{\pi}{3}\end{cases}$ $\Rightarrow$Hàm số $y=\cos x$ không thể đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thực hiện chuyển đơn vị: Shift mode 4.Rad.

Vào mode 7, nhập hàm $y=\cot x$, START $-\frac{\pi}{2}$, END $\frac{\pi}{2}$, STEP $\frac{\pi}{19}$. Nhìn bảng thấy giá trị hàm số luôn giảm nên sai.

Tương tự với các hàm còn lại, chọn kết quả $y=\sin x$ có giá trị hàm số luôn tăng.

Câu 9: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Phương trình $2\cos^2 x=1$ có số nghiệm trên đoạn $[-2\pi;2\pi]$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

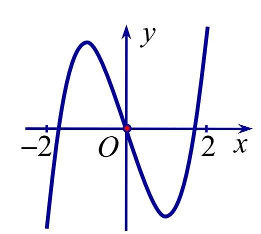
Ta có $2\cos^2 x=1\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1=0\Leftrightarrow \cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2};\ k\in\mathbb{Z}.$

Vì $x\in[-2\pi;2\pi]$ nên ta có $-2\pi\le\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\le 2\pi\Leftrightarrow -\frac{9}{2}\le k\le\frac{7}{2}.$

Mặt khác $k\in\mathbb{Z}$ nên k nhận các giá trị $-4;-3;-2;-1;0;1;2;3$.

Vậy phương trình đã cho có tám nghiệm trên $[-2\pi;2\pi]$.

Câu 10: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm uốn.

Lời giải

Chọn C

Ta có dựa vào đồ thị thì y' là hàm số bậc 3. Do $y=f'(x)$ là hàm số lẻ và $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên nó có dạng $y'=ax^3+cx\left(a>0,c<0\right)$. Do đó $y=a\dfrac{x^4}{4}+c\dfrac{x^2}{2}=\dfrac{x^2}{4}\left(ax^2+2c\right)+m$.

Dễ thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 3 nghiệm nên hàm số có 3 cực trị nên đáp án **A.** đúng.

Hàm số $y=a\dfrac{x^4}{4}+c\dfrac{x^2}{2}=\dfrac{x^2}{4}\left(ax^2+2c\right)+m$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng, nên đáp án **B.** đúng.

Ta có $y''=3ax^2+c$ vì $a>0,c<0$ nên phương trình $y''=0$ có hai nghiệm phân biệt nên hàm số luôn có hai điểm uốn, do đó đáp án **D.** đúng.

Câu 11: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Để giải phương trình: $\tan x\tan 2x=1$ có ba bạn **An, Lộc, Sơn** giải tóm tắt ba cách khác nhau như sau:

+ **An:** Điều kiện $\begin{cases} x\neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x\neq \dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2} \end{cases},k\in\mathbb{Z}$.

Phương trình $\tan x\tan 2x=1\Leftrightarrow \tan 2x=\cot x=\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}$

Nên nghiệm phương trình là $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

+ **Lộc:** Điều kiện $\tan x\neq \pm 1$.

Phương trình I

$\Leftrightarrow \tan x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ là nghiệm.

+ **Sơn:** Điều kiện $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \cos 2x\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin^2 x\neq \dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Ta có $\tan x\tan 2x=1\Leftrightarrow \dfrac{\sin x}{\cos x}.\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}=1\Leftrightarrow 2\sin^2 x.\cos x=\cos x\cos 2x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x=\cos 2x=1-2\sin^2 x\Leftrightarrow \sin^2 x=\dfrac{1}{4}=\sin^2\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ là nghiệm.

Hỏi, bạn nào sau đây giải đúng?

A. An. **B.** Lộc. **C.** Sơn. **D.** An, Lộc, Sơn.

Lời giải

Chọn B

+ **An:** Giải sai do không kiểm tra lại điều kiện để loại nghiệm $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

+ **Sơn:** Giải sai ở bước biến đổi: $\sin^2 x=\frac{1}{4}=\sin^2\frac{\pi}{6} \Rightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó chọn đáp án **B.**

Câu 12: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x+5\cos 5x+3=10\cos 2x\cos 3x$ là

A. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $S=\left\{\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $S=\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
D. $S=\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 2x+5\cos 5x+3=10\cos 2x\cos 3x$

$\Leftrightarrow \cos 2x+5\cos 5x+3=10\cdot\frac{1}{2}(\cos 5x+\cos x)$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+5\cos 5x+3=5\cos 5x+5\cos x$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=2>1\ (L)\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x+2\cos 3x.\sin x-2=0$ trong khoảng $(0;\pi)$ là

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos^2 x+2\cos 3x.\sin x-2=0,\ \ x \in (0;\pi)$.

$\Leftrightarrow 2\cos 3x.\sin x=1+\sin^2 x \Leftrightarrow 2\cos 3x=\sin x+\frac{1}{\sin x}\ \ (1)$

Do $x \in (0;\ \pi)$ nên $\sin x>0$, áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\sin x$ và $\frac{1}{\sin x}$ ta có $\sin x+\frac{1}{\sin x} \geq 2\sqrt{\sin x\cdot\frac{1}{\sin x}}=2$.

Mặt khác, ta có $2\cos 3x \leq 2$ với mọi x.

Vậy (1) xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\cos 3x=1\\ \sin x=1\end{cases}$

Từ $\sin x=1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$ (do $x \in (0;\pi)$); lúc đó $\cos 3x=\cos\frac{3\pi}{2}=0$. Hệ trên vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$.

Câu 14: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị của tham số thực a để hàm số $y=\dfrac{\cos x+a\sin x+1}{\cos x+2}$ có giá trị lớn nhất $y=1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do $-1\le\cos x\le 1$ nên $\cos x+2\ge 1$ với mọi giá trị thực của x, vậy hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $y=\dfrac{\cos x+a\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow a\sin x+(1-y)\cos x=2y-1\ \ (1)$.

Điều kiện để (1) có nghiệm là

$$a^2+(1-y)^2\ge(2y-1)^2\Leftrightarrow 3y^2-2y-a^2\le 0\Leftrightarrow\frac{1-\sqrt{1+3a^2}}{3}\le y\le\frac{1+\sqrt{1+3a^2}}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của y bằng $\dfrac{1+\sqrt{1+3a^2}}{3}$. Theo giả thiết, ta có

$$\frac{1+\sqrt{1+3a^2}}{3}=1\Leftrightarrow\sqrt{1+3a^2}=2\Leftrightarrow 3a^2+1=4\Leftrightarrow a^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=-1\end{array}\right..$$

Vậy có hai giá trị thực của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 15: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x+4\sin x-2\cos x-4=0$ trong đoạn $[0;100\pi]$ của phương trình.

A. 100π. **B.** 2476π. **C.** 25π. **D.** 2475π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin 2x+4\sin x-2\cos x-4=0\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+4\sin x-2\cos x-4=0$

$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x+2)-2(\cos x+2)=0\Leftrightarrow(\cos x+2)(\sin x-1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\\cos x=-2\,(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Cách 1: Trong đoạn $[0;100\pi]$, phương trình có các nghiệm

$$\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}+2\pi;\frac{\pi}{2}+4\pi;\frac{\pi}{2}+6\pi;...;\frac{\pi}{2}+98\pi$$

Tổng các nghiệm bằng

$S=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{2}+2\pi+\dfrac{\pi}{2}+4\pi+\dfrac{\pi}{2}+6\pi+...+\dfrac{\pi}{2}+98\pi=50.\dfrac{\pi}{2}+(2+4+6+...+98).\pi$

$S=25\pi+\dfrac{(2+98).49}{2}.\pi=2475\pi$.

Cách 2: Tìm k thỏa mãn $0\le\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\le 100\pi\Rightarrow 0\le k\le 49$

Bấm máy $S=\displaystyle\sum_{k=0}^{49}\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)=2475\pi$.

Câu 16: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số của hàm số $y=1+2\sin x\cos x-\cos^2 2x$ là:

A. $-\frac{5}{4}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y=1+2\sin x\cos x-\cos^2 2x=1+\sin 2x-\cos^2 2x=\sin 2x+\sin^2 2x$

$y=\left(\frac{1}{2}+\sin 2x\right)^2-\frac{1}{4}\ge -\frac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi $\sin 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=\frac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{4}$ đạt được khi $x=-\frac{\pi}{12}+k\pi;x=\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 17: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Tìm m để hàm số $y=3m\sin^3 x-\sin^2 x+\sin x+m-2$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$?

A. $m\le -3$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\ge\frac{1}{3}$. **D.** $m\ge -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đặt $t=\sin x$, vì $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ nên $t\in(-1;0)$.

Khi đó hàm số trở thành $y=3mt^3-t^2+t+m-2,\quad t\in(-1;0)\quad(1)$

$y'=9mt^2-2t+1$

Để hàm số (1) đồng biến thì $y'\ge 0\quad\forall t\in(-1;0)$

$\Leftrightarrow 9mt^2-2t+1\ge 0\quad\forall t\in(-1;0)\quad(2)$

$\Leftrightarrow m\ge\frac{2t-1}{9t^2}$ đặt $f(t)=\frac{2t-1}{9t^2}$

Ta có $f'(t)=\frac{-2t+2}{9t^3}<0\quad\forall t\in(-1;0)$

Do đó $m\ge f(-1)=-\frac{1}{3}$

Vậy $m\ge -\frac{1}{3}$.

Câu 18: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Phương trình $(\sin x-\sin 2x)(\sin x+\sin 2x)=\sin^2 3x$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\left(\sin x-\sin 2x-\sin 3x\right)\left(\cos x+\cos 2x\right)=0$. **B.** $\left(\sin x-\sin 3x\right)\sin x=0$.

C. $\left(\sin x-\sin 2x-\sin 3x\right)\left(\sin x+\sin 2x\right)=0$. **D.** $\left(\sin x+\sin 3x\right)\sin 3x=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\sin x-\sin 2x\right)\left(\sin x+\sin 2x\right)=\sin^2 3x \Leftrightarrow \sin^2 x-\sin^2 2x=\sin^2 3x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-\cos 2x}{2}-\dfrac{1-\cos 4x}{2}=\sin^2 3x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left(\cos 4x-\cos 2x\right)=\sin^2 3x$

$\Leftrightarrow -\sin 3x.\sin x=\sin^2 3x \Leftrightarrow \sin 3x\left(\sin x+\sin 3x\right)=0$.

Câu 19: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ tại bốn điểm M, N, P, Q. Biết hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là 0 và 1. Tính $S=x_P+x_Q$ với x_P, x_Q là hoành độ điểm P và điểm Q.

A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $d: y=ax+b$ là đường thẳng cắt đồ thị hàm số nói trên tại bốn điểm M,N,P,Q. Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2x^2=ax+b\left(1\right)$. Vì $x=0$ là nghiệm của $\left(1\right)$ nên $b=0$.

Lại vì $x=1$ là nghiệm của $\left(1\right)$ nên $a=-1$. Do đó, phương trình

$\left(1\right)\Leftrightarrow x^4-2x^2+x=0 \Leftrightarrow x\left(x-1\right)\left(x^2-x-1\right)=0$.

Suy ra x_p,x_Q là nghiệm của phương trình $x^2-x-1=0$. Từ đó ta có $S=x_P+x_Q=1$.

Câu 20: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2}.\cos 3x=0$ là

A. 7. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $4-x^2\ge 0 \Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Khi đó $\sqrt{4-x^2}.\cos 3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4-x^2=0\\ \cos 3x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

So với điều kiện, ta thấy $x=\pm 2$ (thỏa điều kiện).

Với $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}$, $k\in\mathbb{Z}$, ta có $-2\le\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{3}\le 2$, vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=-2$; $k=-1$; $k=0$; $k=1$.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Câu 21: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-1+2\cos x\left[\left(2-\sqrt{3}\right)\sin x+\cos x\right]$ trên $\mathbb{R}$. Biểu thức $M+N+2$ có giá trị bằng

A. 0. **B.** $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2+\sqrt{3}}+2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=-1+2\cos x\left[\left(2-\sqrt{3}\right)\sin x+\cos x\right]=-1+2\left(2-\sqrt{3}\right)\sin x\cos x+2\cos^2 x$

$=\left(2-\sqrt{3}\right)\sin 2x+\left(2\cos^2 x-1\right)=\left(2-\sqrt{3}\right)\sin 2x+\cos 2x$

$=\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left[\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\sin 2x+\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\cos 2x\right]=\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\sin\left(2x+\alpha\right)$

(với $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=\cos\alpha$; $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\sin\alpha$)

Suy ra $-\sqrt{6}+\sqrt{2}\le y\le\sqrt{6}-\sqrt{2}$. Do đó $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\sqrt{6}-\sqrt{2}=M$; $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-\sqrt{6}+\sqrt{2}=N$.

Vậy $M+N+2=2$.

Câu 22: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 4x=\cos^2 3x+m\sin^2 x$ có nghiệm $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{12}\right)$.

A. $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $m\in\left(0;1\right)$. **D.** $m\in\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos 4x=\cos^2 3x+m\sin^2 x\Leftrightarrow 2\left(2\cos^2 2x-1\right)=1+\cos 6x+m-m\cos 2x$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x-2=1+4\cos^3 2x-3\cos 2x+m-m\cos 2x$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 2x-4\cos^2 2x-\left(m+3\right)\cos 2x+m+3=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x\left(\cos 2x-1\right)-\left(m+3\right)\left(\cos 2x-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(\cos 2x-1\right)\left(4\cos^2 2x-m-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=1\\4\cos^2 2x=m+3\end{array}\right.$.

Với $\cos 2x=1\Leftrightarrow x=k\pi$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Phương trình có nghiệm $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{12}\right)$ suy ra $\dfrac{\sqrt{3}}{2}<\cos 2x<1$

$\Leftrightarrow\dfrac{3}{4}<\dfrac{m+3}{4}<1\Leftrightarrow 3<m+3<4\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 23: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Tìm số nghiệm thuộc $\left[\dfrac{-3\pi}{2};-\pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x=\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2x\right)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{3}\sin x=\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2x\right)\Leftrightarrow\cos\dfrac{3\pi}{2}\cos 2x+\sin\dfrac{3\pi}{2}\sin 2x-\sqrt{3}\sin x=0$

$\Leftrightarrow \sin x\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pm 5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Trên $\left[\dfrac{-3\pi}{2};-\pi\right)$ ta nhận được nghiệm duy nhất $x=\dfrac{5\pi}{6}-2\pi=\dfrac{-7\pi}{6}$.

Câu 24: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x-1}{\sin x-\cos x+3}$ bằng?

A. 3. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{7}$. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\dfrac{\sin x+\cos x-1}{\sin x-\cos x+3}$

$\Leftrightarrow y\left(\sin x-\cos x+3\right)=\sin x+\cos x-1$

$\Leftrightarrow \left(y-1\right)\sin x-\left(y+1\right)\cos x=-1-3y \quad (*)$

Để $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \left(y-1\right)^2+\left(y+1\right)^2\geq\left(-1-3y\right)^2$

$\Leftrightarrow 2y^2+2\geq 1+6y+9y^2$

$\Leftrightarrow 7y^2+6y-1\leq 0$

$\Leftrightarrow -1\leq y\leq\dfrac{1}{7}$.

Vậy $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\dfrac{1}{7}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm nằm trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin 5x+\sin 3x=\sin 4x$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$\sin 5x+\sin 3x=\sin 4x \Leftrightarrow 2\sin 4x\cos x=\sin 4x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 4x=0\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{4}\\ x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z}).$$

Trường hợp 1: $x=\frac{k\pi}{4}$, với $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, ta được $x\in\left\{-\frac{\pi}{4};0;\frac{\pi}{4}\right\}$.

Trường hợp 2: $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$, với $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, ta được $x\in\left\{\frac{\pi}{3}\right\}$.

Trường hợp 3: $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi$, với $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, ta được $x\in\left\{-\frac{\pi}{3}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm nằm trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số $y=|\cos x|$ là hoàn tuần hoàn với chu kì là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** 0. **D.** π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=|\cos x|=\sqrt{\cos^2 x}=\sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$ nên hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T=\frac{2\pi}{|2|}=\pi$.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x-(2m-1)\cos x-m+1=0$ có đúng 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-1\le m\le 0$. **C.** $0\le m<1$. **D.** $0\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\cos 2x-(2m-1)\cos x-m+1=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x-(2m-1)\cos x-m=0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\cos x-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\frac{1}{2}\\ \cos x=m\end{array}\right..$$

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $0\le\cos x<1$ nên loại $\cos x=-\frac{1}{2}$

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $0\le m<1$.

Câu 4: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Hàm số $y=2\cos 3x+3\sin 3x-2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 7 . **B.** 3 . **C.** 5 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn A

TXD: $D=\mathbb{R}$

$y=2\cos 3x+3\sin 3x-2=\sqrt{13}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\cos 3x+\frac{3}{\sqrt{13}}\sin 3x\right)-2$

$\Leftrightarrow y=\sqrt{13}\sin\left(3x+\arccos\frac{3}{\sqrt{13}}\right)-2$

Để hàm số y có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{13}\sin\left(3x+\arccos\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$ nguyên

$\Leftrightarrow \sin\left(3x+\arccos\frac{3}{\sqrt{13}}\right)=\frac{n}{\sqrt{13}}$ (với n là một số nguyên)

Mà: $\sin\left(3x+\arccos\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\in[-1;1]$

$\Rightarrow -1\le\frac{n}{\sqrt{13}}\le 1\Leftrightarrow -\sqrt{13}\le n\le\sqrt{13}$

Mà: $n\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow n=\{0;\pm1;\pm2\pm3\}$

$\Rightarrow$ y có 7 giá trị nguyên.

Câu 5: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;\,2018]$ để phương trình

$(m+1)\sin^2 x-\sin 2x+\cos 2x=0$

A. 4037 . **B.** 4036 . **C.** 2019 . **D.** 2020 .

Lời giải

Chọn D

$(m+1)\sin^2 x-\sin 2x+\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow (m+1)\frac{1-\cos 2x}{2}-\sin 2x+\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1-m}{2}\right)\cos 2x-\sin 2x=-\frac{m+1}{2}$

Điều kiện có nghiệm của phương trình $\left(\frac{1-m}{2}\right)^2+(-1)^2\ge\left(-\frac{m+1}{2}\right)^2\Leftrightarrow m\le 1$

Suy ra $-2018\le m\le 1$

Suy ra có 2020 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Câu 6: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Phương trình $\frac{\sin x}{x}=\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Lời giải

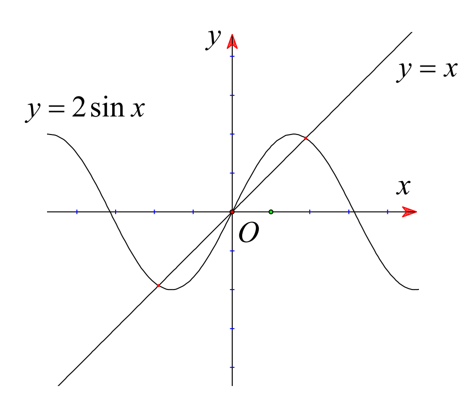
Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Phương trình tương đương với $2\sin x = x$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=2\sin x$ và $y=x$.

Trên hệ trục Oxy vẽ đồ thị các hàm số $y=2\sin x$ và $y=x$



Từ đồ thị ta thấy, đồ thị hai hàm số chỉ cắt nhau tại ba điểm trong đó có một điểm có hoành độ $x=0$ không thỏa mãn phương trình. Do vậy, phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 7: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Phương trình $\cos^2 2x+\cos 2x-\frac{3}{4}=0$ có bao nhiêu nghiệm $x\in(-2\pi;7\pi)$?

A. 16. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos^2 2x+\cos 2x-\frac{3}{4}=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2}$ hoặc $\cos 2x=-\frac{3}{2}$ (loại).

Với $\cos 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Phương trình có nghiệm $x\in(-2\pi;7\pi)$ khi và chỉ khi $-2\pi<\pm\frac{\pi}{6}+k\pi<7\pi$.

+ Trường hợp 1: $-2\pi<\frac{\pi}{6}+k\pi<7\pi \Leftrightarrow -\frac{13}{6}<k<\frac{41}{6}$. Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$ do đó có 9 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi;7\pi)$.

+ Trường hợp 2: $-2\pi<-\frac{\pi}{6}+k\pi<7\pi \Leftrightarrow -\frac{11}{6}<k<\frac{43}{6}$. Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{-1;0;1;2;3;4;5;6;7\}$ do đó có 9 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi;7\pi)$. Vậy có tất cả 18 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Câu 8: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm m để phương trình sau có nghiệm $m=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$:

A. $-2 \le m \le 0$. **B.** $-2 \le m \le -1$. **C.** $0 \le m \le 1$. **D.** $\frac{2}{11} \le m \le 2$.

Lời giải

Chọn D

Có $2\cos x - \sin x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$PT \Leftrightarrow m(2\cos x - \sin x + 4) = \cos x + 2\sin x + 3$

$\Leftrightarrow (2m-1)\cos x - (m+2)\sin x + 4m - 3 = 0$.

Phương trình trên có nghiệm khi $(2m-1)^2 + (m+2)^2 \ge (4m-3)^2$

$\Leftrightarrow -11m^2 + 24m - 4 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \le m \le 2$.

Câu 9: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Cho phương trình $\frac{\cos x + \sin 2x}{\cos 3x} + 1 = 0$.

Khẳng định nào dưới đây là đúng:

A. Phương trình đã cho vô nghiệm.

B. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{2}$.

C. Phương trình tương đương với phương trình $(\sin x - 1)(2\sin x - 1) = 0$.

D. Điều kiện xác định của phương trình là $\cos x(3 + 4\cos^2 x) \ne 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\cos 3x \ne 0 \Leftrightarrow 3x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \ne \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}\ (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có

$$\frac{\cos x + \sin 2x}{\cos 3x} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x + \sin 2x + \cos 3x}{\cos 3x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x(1 + 2\sin x + 4\cos^2 x - 3)}{\cos 3x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(1 + 2\sin x + 4\cos^2 x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(-4\sin^2 x + 2\sin x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Ta có $\cos 3x = \cos x(4\cos^2 x - 3)$ nên ta loại $\cos x = 0$ và $\sin x = 1$.

Ngoài ra $\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4\cos^2 x - 3 = 0$ nên ta loại tiếp $\sin x = -\frac{1}{2}$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\cos 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $(k\in\mathbb{Z})$.

Phương trình tương đương với $\cos 4x=\sin 2x \Leftrightarrow 2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=-1\ (L)\\ \sin 2x=\frac{1}{2}\ (N)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$, $(k\in\mathbb{Z})$. Do $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên phương trình chỉ có hai nghiệm là $x=\frac{\pi}{12}$ và $x=\frac{5\pi}{12}$.

Câu 11: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm thuộc khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos(\pi+x)+\sqrt{3}\sin x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\cos(\pi+x)+\sqrt{3}\sin x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow -\cos x+\sqrt{3}\sin x=-\cos 3x$

$\Leftrightarrow -2\sin 2x\sin x+\sqrt{3}\sin x=0 \Leftrightarrow \sin x\left(-2\sin 2x+\sqrt{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

- Với $x=k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ ta có: $-\frac{4\pi}{3}\leq k\pi<\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{3}\leq k<\frac{1}{2}$

  $\Rightarrow k\in\{-1;0\}$. Suy ra các nghiệm là $x=-\pi$, $x=0$.
- Với $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ ta có: $-\frac{4\pi}{3}\leq\frac{\pi}{6}+k\pi<\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\leq k<\frac{1}{3}$

$\Rightarrow k\in\{-1;0\}$. Suy ra các nghiệm là $x=-\dfrac{5\pi}{6}$, $x=\dfrac{\pi}{6}$.

- Với $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right)$ ta có: $-\dfrac{4\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{3}+k\pi<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow-\dfrac{5}{3}\le k<\dfrac{1}{6}$

  $\Rightarrow k\in\{-1;0\}$. Suy ra các nghiệm là $x=-\dfrac{2\pi}{3}$, $x=\dfrac{\pi}{3}$.

Suy ra số nghiệm trên nửa khoảng $\left[-\dfrac{4\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình là 6.

Câu 12: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Số nghiệm trên khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $27\cos^4x+8\sin x=12$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $27\cos^4x+8\sin x=12\Leftrightarrow 27\sin^4x-54\sin^2x+8\sin x+15=0$

$\Leftrightarrow\left(3\sin^2x+2\sin x-3\right)\left(9\sin^2x-6\sin x-5\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3\sin^2x+2\sin x-3=0\\9\sin^2x-6\sin x-5=0\end{array}\right.$

❍ $3\sin^2x+2\sin x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{-1+\sqrt{10}}{3}\in(-1;1)\\\sin x=\dfrac{-1-\sqrt{10}}{3}\notin(-1;1)\end{array}\right.$

Với $\sin x=\dfrac{-1+\sqrt{10}}{3}$ trên khoảng $(0;2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm.(dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sin x$ và đường thẳng $y=\dfrac{-1+\sqrt{10}}{3}$).

❍ $9\sin^2x-6\sin x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1-\sqrt{6}}{3}\in(-1;1)\\\sin x=\dfrac{1+\sqrt{6}}{3}\notin(-1;1)\end{array}\right.$

Với $\sin x=\dfrac{1-\sqrt{6}}{3}$ trên khoảng $(0;2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm.(dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sin x$ và đường thẳng $y=\dfrac{1-\sqrt{6}}{3}$).

Vậy trên khoảng $(0;2\pi)$ phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 13: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{5-m\sin x-(m+1)\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 5-m\sin x-(m+1)\cos x\ge 0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\sin x+(m+1)\cos x\le 5\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \underset{x\in\mathbb{R}}{\text{Max}}\left(m\sin x+(m+1)\cos x\right)\le 5$.

$\Leftrightarrow m^2+(m+1)^2\le 25\Leftrightarrow m^2+m-12\le 0\Leftrightarrow m\in[-4;3]$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 14: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho đa giác đều 20 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh đó là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông không cân.

A. $\dfrac{2}{35}$. **B.** $\dfrac{17}{114}$. **C.** $\dfrac{8}{57}$. **D.** $\dfrac{3}{19}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 3 đỉnh $n(\Omega)=C_{20}^3$

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều 20 cạnh, đường tròn này có 10 đường kính tạo thành từ 20 đỉnh của đa giác đó.

Chọn một đường kính bất kì, đường kính này chia đường tròn này thành 2 phần, mỗi phần có 9 đỉnh của đa giác

Khi đó mỗi phần có 8 tam giác vuông không cân (trừ đỉnh chính giữa)

Vậy số tam giác vuông không cân được tạo thành từ 20 đỉnh của đa giác là $n(A)=8.2.10=160$

Vậy xác suất cần tìm là $p(A)=\dfrac{8}{57}$

Câu 15: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Số các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sin x-1)\left(2\cos^2 x-(2m+1)\cos x+m\right)=0$ có đúng 4 nghiệm thực thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình tương đương $\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ 2\cos^2 x-(2m+1)\cos x+m=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ (2\cos x-1)(\cos x-m)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\\ \cos x=m\end{array}\right.$

Với $x\in[0;2\pi]$. Ta có:

□ $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}$ vì $x\in[0;2\pi]$ nên $x=\dfrac{\pi}{2}$ (thỏa mãn).

□ $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3} \end{array}\right.$ vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{3} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

□ Với $-1 \le m \le 1$, đặt $m = \cos\alpha$, $\alpha \in [0; \pi]$.

Nhận xét: Với $x \in [0; 2\pi]$ thì phương trình

$$\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha \\ x = -\alpha + 2\pi \end{array}\right. (*).$$

Do đó, phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm hoặc có 2 nghiệm phân biệt và một nghiệm bằng $\frac{\pi}{2}$.

Trường hợp 1: $\alpha = -\alpha + 2\pi \Leftrightarrow \alpha = \pi$ (thỏa vì khác $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$). Suy ra $m = \cos\pi = -1$.

Trường hợp 3: $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\alpha + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$ (thỏa). Suy ra $m = \cos\frac{\pi}{2} = 0$.

Vậy $m \in \{0; -1\}$ nên có 2 giá trị m.

Câu 16: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$.

A. $M = -2$. **B.** $M = -3$. **C.** $M = 3$. **D.** $M = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x + \cos x + 2 \neq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Biến đổi hàm số về dạng phương trình ta được:

$y(\sin x + \cos x + 2) = \sin x + 2\cos x + 1 \Leftrightarrow (y-1)\sin x + (y-2)\cos x = 1 - 2y$. (1)

Phương trình (1) có nghiệm khi: $(y-1)^2 + (y-2)^2 \ge (1-2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y - 4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le y \le 1$.

Vậy giá trị lớn nhất $M = 1$.

Câu 17: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3|\cos x| - 1 = 0$ trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos 2x + 3|\cos x| - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3|\cos x| - 2 = 0$.

Đặt $t = |\cos x|$, $0 \le t \le 1$, ta được phương trình:

$2t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. (vì $0 \le t \le 1$)

Với $t=\frac{1}{2}$, ta có: $|\cos x|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm là $x=\pm\frac{\pi}{3}$.

Câu 18: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Phương trình: $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}=0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0;3\pi)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow 2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ 2x-\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$. Vì $x\in(0;3\pi)$ nên $x\in\left\{\frac{\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{7\pi}{3};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right\}$.

Câu 19: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin x\sin 2x+2\sin x\cos^2 x+\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}=\sqrt{3}\cos 2x$ trong khoảng $(-\pi;\pi)$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\sin x+\cos x\neq 0\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq-\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Ta có: $\frac{\sin x\sin 2x+2\sin x\cos^2 x+\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}=\sqrt{3}\cos 2x$

$\Leftrightarrow\frac{\sin 2x(\sin x+\cos x)+\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}=\sqrt{3}\cos 2x$

$\Leftrightarrow\frac{(\sin 2x+1)(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}=\sqrt{3}\cos 2x$

$\Leftrightarrow\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x=-1\Leftrightarrow\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x-\dfrac{\pi}{3}=\pi+\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Thử lại điều kiện, phương trình đã cho có nghiệm là: $x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Trên $\left(-\pi;\pi\right)$ phương trình đã cho có các nghiệm là: $\dfrac{\pi}{12};-\dfrac{11\pi}{12}$.

Câu 20: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Tổng S các nghiệm của phương trình: $2\cos^2 2x+5\cos 2x-3=0$ trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$ là

A. $S=5\pi$. **B.** $S=\dfrac{7\pi}{6}$. **C.** $S=4\pi$. **D.** $S=\dfrac{11\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\cos^2 2x+5\cos 2x-3=0 \left[\begin{array}{l} \cos 2x=-3<-1 \\ \cos 2x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Với $\cos 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Do $x\in\left(0;2\pi\right)$ nên ta có các nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}$, $x=\dfrac{7\pi}{6}$, $x=\dfrac{5\pi}{6}$, $x=\dfrac{11\pi}{6}$.

Tổng các nghiệm của phương trình $S=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{7\pi}{6}+\dfrac{5\pi}{6}+\dfrac{11\pi}{6}=4\pi$.

Câu 21: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Biết phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ với $\left(a\neq 0\right)$ có đúng hai nghiệm thực. Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

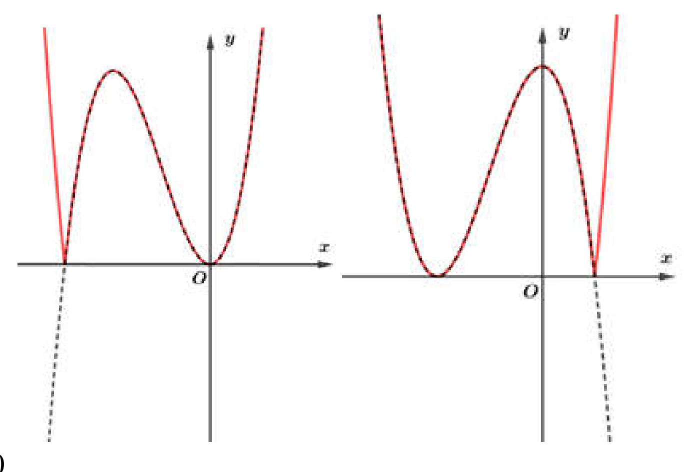
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

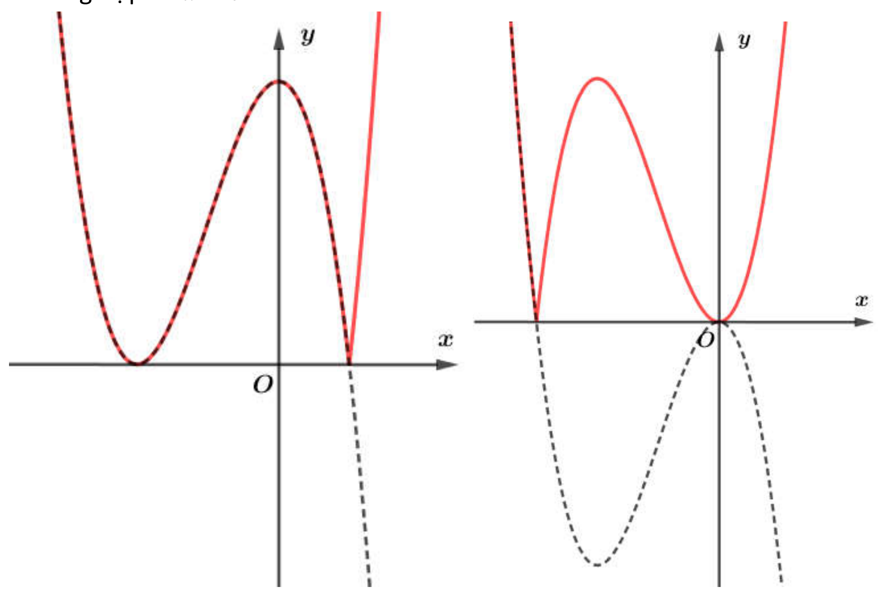
Chọn A

Vì phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ với $\left(a\neq 0\right)$ có đúng hai nghiệm thực nên đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị trong đó một điểm cực trị nằm trên trục hoành. Các dạng của đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ trong trường hợp này được mô tả như sau:

Trường hợp 1: $a>0$



Trường hợp 2: $a<0$



Vậy với $a\neq 0$ đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ luôn có ba điểm cực trị.

Câu 22: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x-1=0$ trong đoạn $\left[0;\pi\right]$ là:

A. $x=\pi$. **B.** $x=\dfrac{11\pi}{12}$. **C.** $x=\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $2\cos 2x-1=0\Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ 2x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$.

Xét $x\in\left[0;\pi\right]\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0\le \dfrac{\pi}{6}+k\pi\le\pi\\ 0\le -\dfrac{\pi}{6}+k\pi\le\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{-1}{6}\le k\le\dfrac{5}{6}\\ \dfrac{1}{6}\le k\le\dfrac{7}{6}\end{array}\right.$ mà $k\in\mathbb{Z}$ suy ra $\left[\begin{array}{l}k=0\\ k=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}\\ x=\dfrac{5\pi}{6}\end{array}\right.$.

Vậy nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x-1=0$ trong đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 23: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}$ lần lượt là:

A. $m=-1;\ M=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=-1;\ M=2$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2};\ M=1$. **D.** $m=1;\ M=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\sin x-\cos x+3\neq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}\Leftrightarrow y\left(2\sin x-\cos x+3\right)=\sin x+\cos x$.

$\Leftrightarrow\left(2y-1\right)\sin x+\left(-y-1\right)\cos x=-3y$ (*).

Hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}$ xác định với $\forall x\in\mathbb{R}$ nên (*) có nghiệm.

$\Leftrightarrow\left(2y-1\right)^2+\left(-y-1\right)^2\geq\left(-3y\right)^2$.

$\Leftrightarrow -1\leq y\leq 2$.

Nên giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x}{2\sin x-\cos x+3}$ lần lượt là:

$m=-1;\ M=2$.

Câu 24: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $m\sin x+\left(m+1\right)\cos x=\dfrac{m}{\cos x}$. Số các giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 10 để phương trình có nghiệm là:

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$m\sin x+\left(m+1\right)\cos x=\dfrac{m}{\cos x}\Leftrightarrow m\sin x\cos x+\left(m+1\right)\cos^2 x=m\Leftrightarrow$

$\dfrac{m}{2}\sin 2x+\dfrac{m+1}{2}\left(1-\cos 2x\right)=m\Leftrightarrow m\sin 2x-\left(m+1\right)\cos 2x-m+1=0$ có nghiêm khi và chỉ khi

$m^2+\left(m+1\right)^2\geq\left(1-m\right)^2\Leftrightarrow m^2+4m\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -4\\ m\geq 0\end{array}\right.$. Do đó số các giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 10 là 9.

Câu 1: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x\cos x+2(\sin x+\cos x)=2$ thì giá trị của $P=\sin\left(x_0+\frac{\pi}{4}\right)$ là

A. $P=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$, $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Ta có $t^2=\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x.\cos x=1+2\sin x.\cos x$, suy ra $\sin x.\cos x=\frac{t^2-1}{2}$.

Phương trình đã cho trở thành

$$\frac{t^2-1}{2}+2t=2\Leftrightarrow t^2+4t-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-5\notin\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\end{array}\right..$$

Từ đó ta có $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Như vậy $P=\sin\left(x_0+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4\sqrt{3}\cos x+\sin x+2m-1=0$ có nghiệm là

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4\sqrt{3}\cos x+\sin x+2m-1=0\Leftrightarrow\sin x+4\sqrt{3}\cos x=1-2m$.

Phương trình có nghiệm khi $a^2+b^2\ge c^2\Leftrightarrow 1+\left(4\sqrt{3}\right)^2\ge(1-2m)^2\Leftrightarrow 4m^2-4m-48\le 0$

$\Leftrightarrow -3\le m\le 4\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 3: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Để phương trình $\frac{a^2}{1-\tan^2 x}=\frac{\sin^2 x+a^2-2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $a\ne\pm\sqrt{3}$. **B.** $\left\{\begin{array}{l}|a|>1\\|a|\ne\sqrt{3}\end{array}\right.$. **C.** $|a|\ge 4$. **D.** $|a|\ge 1$.

Lời giải

Chọn B

* ĐKXĐ: $\left\{\begin{array}{l}\cos x\ne 0\\\cos 2x\ne 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\sin^2 x\ne 1\\\sin^2 x\ne\frac{1}{2}\end{array}\right.$

* Ta có:

$$\frac{a^2}{1-\tan^2 x}=\frac{\sin^2 x+a^2-2}{\cos 2x}\Leftrightarrow a^2\cos^2 x=\sin^2 x+a^2-2\Leftrightarrow -a^2\sin^2 x=\sin^2 x-2$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x=\frac{2}{1+a^2}$$

Để phương trình đã cho có nghiệm điều kiện là

$$\begin{cases}\dfrac{2}{1+a^2}\in[0;1]\\ \dfrac{2}{1+a^2}\neq 1\\ \dfrac{2}{1+a^2}\neq \dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2}{1+a^2}\in(0;1)\\ \dfrac{2}{1+a^2}\neq \dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+a^2>2\\ 1+a^2\neq 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|a|>1\\ |a|\neq\sqrt{3}\end{cases}.$$

Câu 4: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của hàm số $y=\dfrac{3\sin x-\cos x-4}{2\sin x+\cos x-3}$.

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$y=\frac{3\sin x-\cos x-4}{2\sin x+\cos x-3}\Leftrightarrow(2\sin x+\cos x-3)y=3\sin x-\cos x-4$$

$$\Leftrightarrow(2y-3)\sin x+(y+1)\cos x-3y+4=0$$

Điều kiện phương trình có nghiệm: $(2y-3)^2+(y+1)^2\geq(4-3y)^2$

$$\Leftrightarrow 4y^2-12y+9+y^2+2y+1\geq 16-24y+9y^2\Leftrightarrow -4y^2+14y-6\geq 0\Leftrightarrow \frac{1}{2}\leq y\leq 3.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của hàm số bằng 6.

Câu 5: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $\sin^{2018}x+\cos^{2018}x=2\left(\sin^{2020}x+\cos^{2020}x\right)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;2018)$

A. $\left(\dfrac{1285}{4}\right)^2\pi$. **B.** $(643)^2\pi$. **C.** $(642)^2\pi$. **D.** $\left(\dfrac{1285}{2}\right)^2\pi$.

Lời giải

Chọn D

$$\sin^{2018}x+\cos^{2018}x=2\left(\sin^{2020}x+\cos^{2020}x\right)\Leftrightarrow\sin^{2018}x\left(1-2\sin^2 x\right)+\cos^{2018}x\left(1-2\cos^2 x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018}x.\cos 2x-\cos^{2018}x\cos 2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin^{2018}x=\cos^{2018}x\end{array}\right..$$

- $\cos 2x=0\Leftrightarrow 2x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})\ (1)$
- $\sin^{2018}x=\cos^{2018}x\Leftrightarrow\tan^{2018}x=1$ ($x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ không là nghiệm) $\Leftrightarrow\tan x=\pm 1$

$\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})\ (2)$. Từ (1) và (2) ta có $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$là nghiệm của pt.

Do $x\in(0;2018)\Rightarrow 0<\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}<2018\Rightarrow 0\leq k\leq 1284, k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;2018)$ bằng

$$\frac{\pi}{4}.1285+(1+2+...+1284)\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}.1285+\frac{1284.1285}{4}\pi=\left(\frac{1285}{2}\right)^2\pi.$$

Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0\Leftrightarrow(\cos 3x+\cos x)+\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x.\cos x+\cos 2x=0\Leftrightarrow \cos 2x(2\cos x+1)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là 6.

Câu 7: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ trên khoảng $(0;3\pi)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$\cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\Leftrightarrow\cos^2 x-\sin 2x=\sqrt{2}+\sin^2 x\Leftrightarrow\cos 2x-\sin 2x=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\Leftrightarrow\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=k2\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

Trên $(0;3\pi)\Rightarrow x=\frac{7\pi}{8}$, $x=\frac{15\pi}{8}$, $x=\frac{23\pi}{8}$.

Câu 8: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x-3=0$ và $2\sin x+1=0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

- Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ phương trình $2\sin x+1=0\Leftrightarrow\sin x=-\frac{1}{2}$ có hai nghiệm là $-\frac{\pi}{6}$ và $\frac{7\pi}{6}$.
- Cả hai nghiệm này đều thỏa phương trình $4\cos^2 x-3=0$.
- Vậy hai phương trình có 2 nghiệm chung.

Câu 9: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ $40°$ bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:

$d\left(t\right)=3\sin\left[\dfrac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]+12$, $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

A. 262. **B.** 353. **C.** 80. **D.** 171.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d\left(t\right)=3\sin\left[\dfrac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]+12\le 3+12=15$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin\left[\dfrac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]=1\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{182}\left(t-80\right)=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

$\Leftrightarrow t=171+364k$.

Mặt khác $t\in\left(0;365\right]$ nên $0<171+364k\le 365\Leftrightarrow -\dfrac{171}{364}<k\le\dfrac{194}{364}$.

Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=0$.

Vậy $t=171$.

Câu 10: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho phương trình $4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x\ \left(1\right)$. Gọi n là số giá trị nguyên của tham số a để phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm. Tính n.

A. $n=5$. **B.** $n=3$. **C.** $n=2$. **D.** $n=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(1\right)\Leftrightarrow 2\left(\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1=\dfrac{a^2}{2}+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{a^2}{2}-1$.

Phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm $\Leftrightarrow\left|\dfrac{a^2}{2}-1\right|\le 1\Leftrightarrow -2\le a\le 2$, Do $a\in\mathbb{Z}$ nên $a=0;a=\pm1;a=\pm2$

Vậy $n=5$.

Câu 11: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6mx$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$.

Để hàm số có cực đại cực tiểu thì $m\ne 0$.

Khi đó các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(0;4m^3\right)$, $B\left(2m;0\right)$.

Ta có $I\left(m;2m^3\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là $d: x-y=0$.

Do đó để điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua d thì:

$$\begin{cases}2m-4m^3=0\\ m-2m^3=0\end{cases} \Leftrightarrow 1-2m^2=0 \Leftrightarrow m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số thực m là 0.

Câu 12: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $M+m$.

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y=\frac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2} \Leftrightarrow (y-1)\sin x+(y-2)\cos x=1-2y$ (*).

Hàm số đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất khi (*) có nghiệm

$$\Leftrightarrow (1-2y)^2 \le (y-1)^2+(y-2)^2 \Leftrightarrow 2y^2+2y-4\le 0 \Leftrightarrow -2\le y\le 1.$$

Do đó $m=-2$, $M=1$.

Câu 13: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Tìm m để phương trình $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{\sin x+\frac{1}{2}}=m$ có nghiệm.

A. $\frac{1}{2}\le m\le\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0\le m\le\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}\le m\le\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

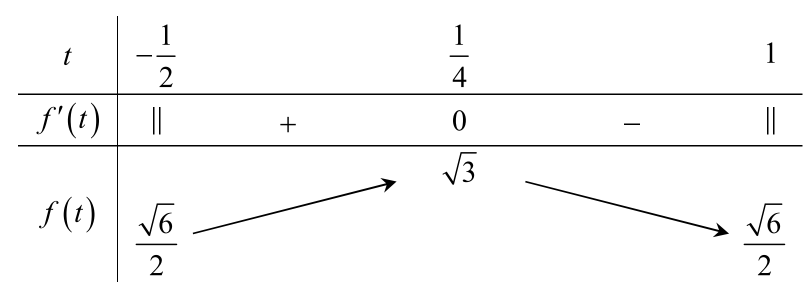
Đặt $t=\sin x$ $\left(\frac{-1}{2}\le t\le 1\right)$, phương trình trở thành $\sqrt{1-t}+\sqrt{t+\frac{1}{2}}=m$

Nhận xét phương trình ban đầu có nghiệm x khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm $t\in\left[-\frac{1}{2};\right]$. Xét hàm $f(t)=\sqrt{1-t}+\sqrt{t+\frac{1}{2}}$, với $t\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

$$\text{Ta có: } f'(t)=-\frac{1}{2\sqrt{1-t}}+\frac{1}{2\sqrt{t+\frac{1}{2}}}=\frac{\sqrt{1-t}-\sqrt{t+\frac{1}{2}}}{2\sqrt{1-t}\sqrt{t+\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{1}{2}-2t}{2\sqrt{1-t}\sqrt{t+\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1-t}+\sqrt{t+\frac{1}{2}}\right)}$$

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{4}$.

Ta có bảng biến thiên:



t	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$		1
$f'(t)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$f(t)$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	↗	$\sqrt{3}$	↘	$\frac{\sqrt{6}}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{6}}{2} \le m \le \sqrt{3}$.

Câu 14: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

A. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$. **B.** $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$. **C.** $1 - \frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

$y' = 1 - \sqrt{2}\sin x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.

Do $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

Ta có $y(0) = \sqrt{2}$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Vậy $M = \max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1$; $m = \min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = y(0) = \sqrt{2}$.

Nên $M - m = \frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

Câu 15: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0;10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

A. $\frac{105\pi}{2}$. **B.** $S.ABCD$. **C.** $\frac{297\pi}{4}$. **D.** $\frac{299\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (loại)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Theo đề bài: $0 \le -\frac{\pi}{4} + k\pi \le 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le k \le \frac{41}{4} \Rightarrow k = 1,2,...,10$.

Vậy tổng các nghiệm là $S=\frac{3\pi}{4}+\left(\frac{3\pi}{4}+\pi\right)+...+\left(\frac{3\pi}{4}+9\pi\right)=\frac{105\pi}{2}$.

Câu 16: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\frac{m}{4}+2=0$ có nghiệm thực?

A. 13. **B.** 15. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\frac{m}{4}+2=0 \Leftrightarrow 1-3\sin^2 x\cos^2 x+3\sin x\cos x-\frac{m}{4}+2=0$

Đặt $t=\sin 2x$, $-1\le t\le 1$.

PT trở thành $-3t^2+6t+12=m$.

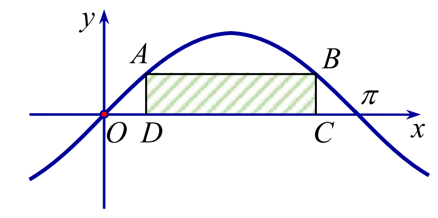
Xét hàm số $f(t)=-3t^2+6t+12$, $-1\le t\le 1$

t	-1	1
$f'(t)$	$+$	
$f(t)$	3 ↗	15

Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\frac{m}{4}+2=0$ có nghiệm thực khi $3\le m\le 15$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 17: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $[0;\pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD=\frac{2\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

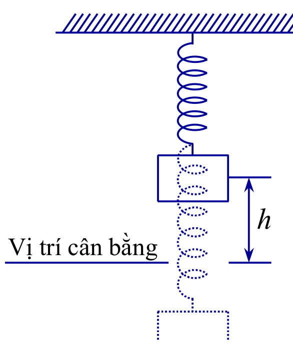
Gọi $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Ta có: $\begin{cases} x_B-x_A=\frac{2\pi}{3} \\ y_B=y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=x_A+\frac{2\pi}{3} \ (1) \\ \sin x_B=\sin x_A \ (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2), ta được:

$\sin\left(x_A+\frac{2\pi}{3}\right)=\sin x_A \Leftrightarrow x_A+\frac{2\pi}{3}=\pi-x_A+k2\pi \Leftrightarrow x_A=\frac{\pi}{6}+k\pi \ \ (k\in\mathbb{Z})$

Do $x\in[0;\pi]$ nên $x_A=\frac{\pi}{6}\Rightarrow BC=AD=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$.

Câu 18: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống qua vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h=|d|$ trong đó $d=5\sin 6t-4\cos 6t$ với d được tính bằng centimet.



Ta quy ước rằng $d>0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d<0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất?

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $h=|d|=|5\sin 6t-4\cos 6t|=\sqrt{41}|\sin(6t+\alpha)|\le\sqrt{41}$, với $\begin{cases}\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{41}}\\ \sin\alpha=\frac{4}{\sqrt{41}}\end{cases}$.

Do đó vật ở xa vị trí cân bằng nhất $h_{\max}=\sqrt{41}$ khi $|\sin(6t+\alpha)|=1\Leftrightarrow\cos(6t+\alpha)=0$

$\Leftrightarrow 6t+\alpha=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow t=-\frac{\alpha}{6}+\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{6}$.

Trong giây đầu tiên, $0\le t\le 1\Leftrightarrow 0\le-\frac{\alpha}{6}+\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{6}\le 1\Leftrightarrow\frac{\alpha}{\pi}-\frac{1}{2}\le k\le\frac{6}{\pi}+\frac{\alpha}{\pi}-\frac{1}{2}\Rightarrow k\in\{0;1\}$.

Vậy có 2 lần vật ở xa vị trí cân bằng nhất.

Câu 19: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho phương trình $3\sqrt{\tan x+1}(\sin x+2\cos x)=m(\sin x+3\cos x)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình trên có nghiệm duy nhất $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2018. **B.** 2015. **C.** 4036. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn A

Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x>0$, chia hai vế cho $\cos x$, ta được:

$3\sqrt{\tan x+1}(\sin x+2\cos x)=m(\sin x+3\cos x)\Leftrightarrow 3\sqrt{\tan x+1}(\tan x+2)=m(\tan x+3)$

$\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{\tan x+1}(\tan x+2)}{\tan x+3}=m$. (1)

Đặt $t=\sqrt{\tan x+1}$, $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;+\infty)$. Khi đó: $(1)\Leftrightarrow g(t)=\dfrac{3t(t^2+1)}{t^2+2}=m$. (2)

Xét hàm $g(t)=\dfrac{3t(t^2+1)}{t^2+2}$ trên $(0;+\infty)$. $g'(t)=\dfrac{3t^4+15t^2+6}{(t^2+2)^2}>0,\forall t>0$.

Suy ra để thỏa yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m>g(0)=0$. Mà $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-2018;2018] \end{cases}$.

Suy ra $m\in\{1;2;3;...;2018\}$.

Câu 1: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Phương trình $\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}=m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $\sqrt{2}\le m\le 2$. **B.** $1\le m\le\sqrt{4+2\sqrt{2}}$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $0\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Đặt $P=\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1+\cos x}$, $P\ge 0$. Suy ra

$P^2=2+\sin x+\cos x+2\sqrt{1+\sin x+\cos x+\sin x\cos x}$.

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Khi đó $t^2=1+2\sin x\cos x\Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$.

Do đó $P^2=2+t+2\sqrt{1+t+\dfrac{t^2-1}{2}}=2+t+\sqrt{2}\left|t+1\right|$.

TH1: $-\sqrt{2}\le t\le -1$ thì $P^2=\left(1-\sqrt{2}\right)t+2-\sqrt{2}$. Khi đó $1\le P^2\le 4-2\sqrt{2}$.

TH2: $-1\le t\le\sqrt{2}$ thì $P^2=\left(1+\sqrt{2}\right)t+2+\sqrt{2}$. Khi đó $1\le P^2\le 4+2\sqrt{2}$.

Do đó $1\le P^2\le 4+2\sqrt{2}$ mà $P\ge 0$ nên $1\le P\le\sqrt{4+2\sqrt{2}}$.

Phương trình có nghiệm khi $1\le m\le\sqrt{4+2\sqrt{2}}$.

Câu 2: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Phương trình $\cos 2x.\sin 5x+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};2\pi\right]$?

A. 2 . **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$\cos 2x.\sin 5x+1=0\Leftrightarrow \sin 7x+\sin 3x=-2\Leftrightarrow\begin{cases}\sin 7x=-1\\ \sin 3x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{\pi}{14}+k\dfrac{2\pi}{7}\\ x=-\dfrac{\pi}{6}+h\dfrac{2\pi}{3}\end{cases}\left(h,k\in\mathbb{Z}\right)$$

Do $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2};2\pi\right]\Rightarrow h\in\left\{0;1;2;3\right\}$.

Ta có $-\dfrac{\pi}{14}+k\dfrac{2\pi}{7}=-\dfrac{\pi}{6}+h\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow k=\dfrac{28h-4}{12}$, do $k\in\mathbb{Z}$ nên chỉ có $h=1$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Gọi S là tổng tất cả các nghiệm thuộc $\left[0;20\pi\right]$ của phương trình $2\cos^2 x-\sin x-1=0$. Khi đó, giá trị của S bằng :

A. $S=570\pi$. B. $S=295\pi$. C. $S=590\pi$. D. $S=\dfrac{200}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

$$2\cos^2 x-\sin x-1=0\Leftrightarrow -2\sin^2 x-\sin x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{2}+k_1 2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k_2 2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k_3 2\pi\end{array}\right.$$

$(k_1,k_2,k_3\in\mathbb{Z})$

Do $x\in[0;20\pi]$ nên:

$$\begin{cases}0\le -\dfrac{\pi}{2}+k_1 2\pi\le 20\pi\\ 0\le\dfrac{\pi}{6}+k_2 2\pi\le 20\pi\\ 0\le\dfrac{5\pi}{6}+k_3 2\pi\le 20\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{4}\le k_1\le\dfrac{41}{4}\\ -\dfrac{1}{12}\le k_2\le\dfrac{119}{12}\\ -\dfrac{5}{12}\le k_3\le\dfrac{115}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k_1\in\{1;2;3;...;10\}\\ k_2\in\{0;1;2;...;9\}\\ k_3\in\{0;1;2;...;9\}\end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0;20\pi]$ là:

$$S=\sum_{k_1=1}^{10}\left(-\frac{\pi}{2}+k_1 2\pi\right)+\sum_{k_2=0}^{9}\left(\frac{\pi}{6}+k_2 2\pi\right)+\sum_{k_2=0}^{9}\left(\frac{5\pi}{6}+k_3 2\pi\right)=295\pi\ .$$

Câu 4: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0;100\pi)$ của phương trình $\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=3$. Tổng các phần tử của S là

A. $\frac{7400\pi}{3}$. **B.** $\frac{7525\pi}{3}$. **C.** $\frac{7375\pi}{3}$. **D.** $\frac{7550\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=3\Leftrightarrow 1+\sin x+\sqrt{3}\cos x=3\Leftrightarrow\sin x+\sqrt{3}\cos x=2$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=1\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Theo đề bài cho ta có $0<x<100\pi\Leftrightarrow 0<\frac{\pi}{6}+k2\pi<100\pi\Leftrightarrow -\frac{1}{12}<k<\frac{599}{12}$

Mà $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1;2;3;4,....;48;49\}$

Vậy $S=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}+2\pi+\frac{\pi}{6}+2\times 2\pi+......+\frac{\pi}{6}+49\times 2\pi=\frac{50\pi}{6}+2\pi(1+2+3+4+.....+49)$

$=\frac{50\pi}{6}+2\pi\frac{49(49+1)}{2}=\frac{7375\pi}{3}$.

Câu 5: Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2018)$ của phương trình sau:

$$\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8=4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$$

Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 103255π. **B.** $\dfrac{310408\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{312341\pi}{3}$. **D.** 102827π.

Câu 6: Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2018)$ của phương trình sau:

$$\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8=4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$$

Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 103255π. **B.** $\dfrac{310408\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{312341\pi}{3}$. **D.** 102827π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8=4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin^2 x+2\sin x\cos x-4\cos x-4\sqrt{3}\sin x-4\sin x+8=0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x-2\right)-4\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow 2(\sin x-2)\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x+\cos x-2=0 \Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in(0;2018)$ nên $0<\dfrac{\pi}{3}+k2\pi<2018 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{1009}{\pi}-\dfrac{1}{6} \Rightarrow k\in\{0;1;2;...;321\}$.

Suy ra $S=\left\{\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}+2\pi;\dfrac{\pi}{3}+2.2\pi;...;\dfrac{\pi}{3}+321.2\pi\right\}$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là $T=322.\dfrac{\pi}{3}+2\pi(1+2+3+...+321)=\dfrac{310408\pi}{3}$.

Câu 7: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2\left(m+1-\sin^2 x\right)-(4m+1)\cos x=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left[-\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2\left(m+1-\sin^2 x\right)-(4m+1)\cos x=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left[-\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right]$. **D.** $(0;+\infty)$.

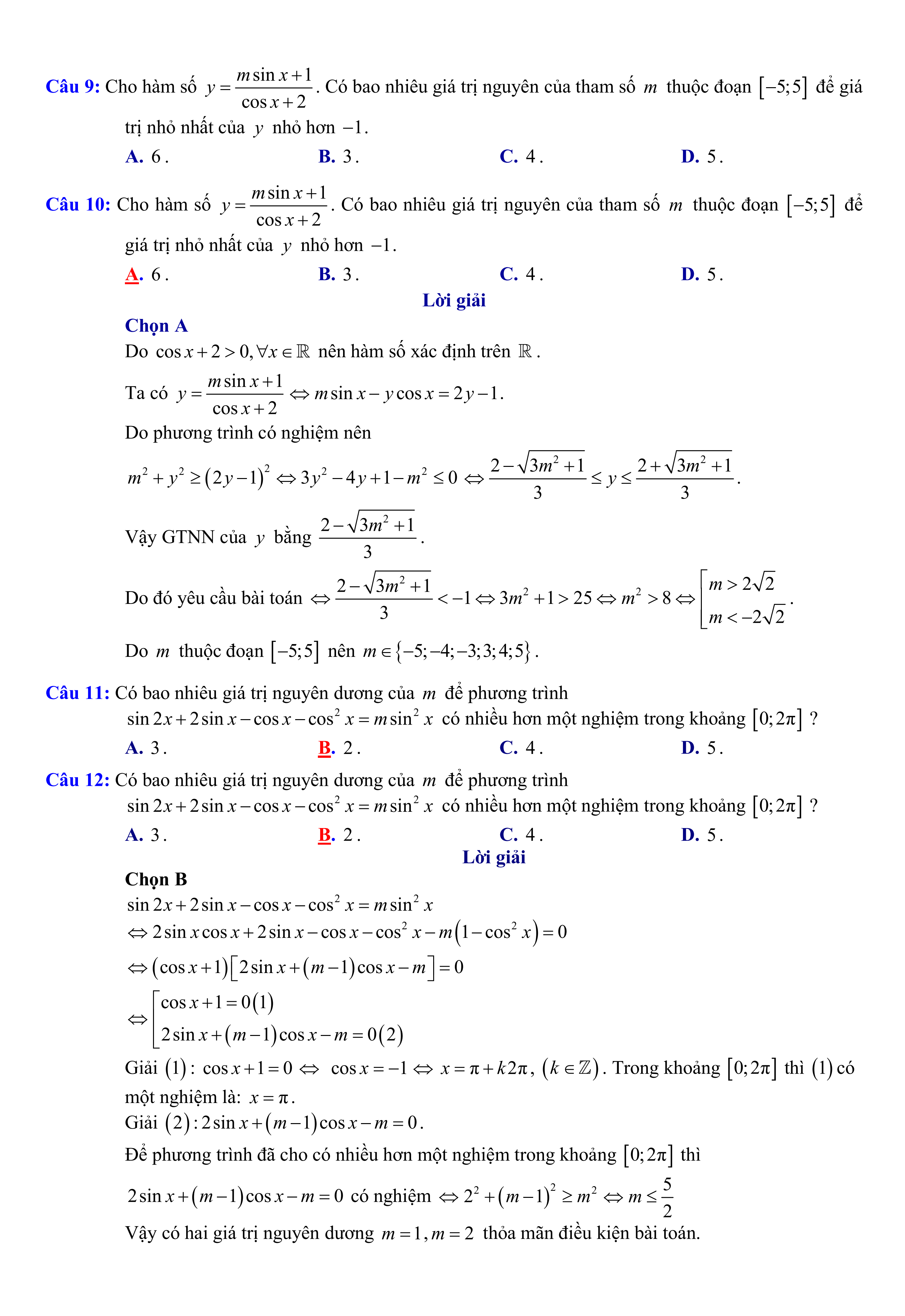
Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\cos x$, $t\in[-1;0)$ thì phương trình đã cho trở thành $2\left(m+t^2\right)-(4m+1)t=0$

$\Leftrightarrow 2t^2-t=m(4t-2) \Leftrightarrow t(2t-1)=2m(2t-1) \Leftrightarrow t=2m$ (do $t\neq\dfrac{1}{2}$)

Phương trình có nghiệm khi $2m\in[-1;0) \Leftrightarrow m\in\left[\dfrac{-1}{2};0\right)$.



Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-5;5\right]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 10: Cho hàm số $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-5;5\right]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Do $\cos x+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow m\sin x-y\cos x=2y-1$.

Do phương trình có nghiệm nên

$$m^2+y^2\ge\left(2y-1\right)^2\Leftrightarrow 3y^2-4y+1-m^2\le 0\Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3}\le y\le\frac{2+\sqrt{3m^2+1}}{3}.$$

Vậy GTNN của y bằng $\dfrac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3}$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3}<-1\Leftrightarrow 3m^2+1>25\Leftrightarrow m^2>8\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2\sqrt{2}\\ m<-2\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Do m thuộc đoạn $\left[-5;5\right]$ nên $m\in\left\{-5;-4;-3;3;4;5\right\}$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\sin 2x+2\sin x-\cos x-\cos^2 x=m\sin^2 x$ có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $\left[0;2\pi\right]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\sin 2x+2\sin x-\cos x-\cos^2 x=m\sin^2 x$ có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $\left[0;2\pi\right]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$\sin 2x+2\sin x-\cos x-\cos^2 x=m\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+2\sin x-\cos x-\cos^2 x-m\left(1-\cos^2 x\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(\cos x+1\right)\left[2\sin x+\left(m-1\right)\cos x-m\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x+1=0\left(1\right)\\ 2\sin x+\left(m-1\right)\cos x-m=0\left(2\right)\end{array}\right.$

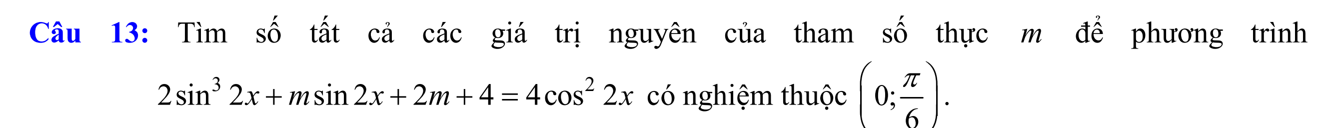
Giải $\left(1\right)$: $\cos x+1=0\Leftrightarrow \cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$, $\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Trong khoảng $\left[0;2\pi\right]$ thì $\left(1\right)$ có một nghiệm là: $x=\pi$.

Giải $\left(2\right)$: $2\sin x+\left(m-1\right)\cos x-m=0$.

Để phương trình đã cho có nhiều hơn một nghiệm trong khoảng $\left[0;2\pi\right]$ thì

$2\sin x+\left(m-1\right)\cos x-m=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow 2^2+\left(m-1\right)^2\ge m^2\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{2}$

Vậy có hai giá trị nguyên dương $m=1, m=2$ thỏa mãn điều kiện bài toán.



Câu 13: Tìm số tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $2\sin^3 2x + m\sin 2x + 2m + 4 = 4\cos^2 2x$ có nghiệm thuộc $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 14: Tìm số tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $2\sin^3 2x + m\sin 2x + 2m + 4 = 4\cos^2 2x$ có nghiệm thuộc $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$2\sin^3 2x + m\sin 2x + 2m + 4 = 4\cos^2 2x \Leftrightarrow 2\sin^3 2x + 4\sin^2 2x + m\sin 2x + 2m = 0$.

Đặt $\sin 2x = t$, với $x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in \left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Khi đó, bài toán trở thành:

Tìm m để $2t^3 + 4t^2 + mt + 2m = 0$ có nghiệm trên khoảng $t \in \left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$2t^3 + 4t^2 + mt + 2m = 0 \Leftrightarrow m = -2t^2$, $\forall t \in \left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $y(t) = -2t^2$ trên khoảng $t \in \left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

x	$-\infty$		0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	0	↘	$-\frac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \in \left(-\frac{3}{2};0\right)$.

Vậy có 1 giá trị nguyên.

Câu 15: Phương trình $(\sin x - \cos x)(\sin x + 2\cos x - 3) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};\pi\right)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 16: Phương trình $(\sin x-\cos x)(\sin x+2\cos x-3)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};\pi\right)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(\sin x-\cos x)(\sin x+2\cos x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sin x-\cos x=0 & (1)\\ \sin x+2\cos x=3 & (2)\end{array}\right.$

Giải (1): $\sin x-\cos x=0 \Leftrightarrow \tan x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

Do $x\in\left(-\frac{3\pi}{4};\pi\right)$ nên $x=\frac{\pi}{4}$

Giải (2): $\sin x+2\cos x=3$ vô nghiệm vì $1^2+2^2<3^2$

Vậy phương trình đã cho có đúng một nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4};\pi\right)$.

Câu 17: Cho phương trình $\sqrt[3]{(\sin x+m)^2}+\sqrt[3]{\sin^2 x-m^2}=2\sqrt[3]{(\sin x-m)^2}$. Gọi $S=[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có nghiệm thực. Tính giá trị của $P=a^2+b^2$.

A. $P=\frac{162}{49}$. **B.** $P=\frac{49}{162}$. **C.** $P=4$. **D.** $P=2$.

Câu 18: Cho phương trình $\sqrt[3]{(\sin x+m)^2}+\sqrt[3]{\sin^2 x-m^2}=2\sqrt[3]{(\sin x-m)^2}$. Gọi $S=[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có nghiệm thực. Tính giá trị của $P=a^2+b^2$.

A. $P=\frac{162}{49}$. **B.** $P=\frac{49}{162}$. **C.** $P=4$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A

TH1: $\sin x=m$ thì ta có $\sqrt[3]{(2m)^2}=0 \Leftrightarrow m=0$. Khi đó phương trình có nghiệm $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

TH2: $\sin x\neq m$ thì phương trình đã cho tương đương

$$\sqrt[3]{\left(\frac{\sin x+m}{\sin x-m}\right)^2}+\sqrt[3]{\frac{\sin x+m}{\sin x-m}}-2=0.$$

Giải ra ta được $\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{\frac{\sin x+m}{\sin x-m}}=1\\ \sqrt[3]{\frac{\sin x+m}{\sin x-m}}=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{\sin x+m}{\sin x-m}=1\\ \frac{\sin x+m}{\sin x-m}=-8\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ 9\sin x=7m\end{array}\right.$.

Do đó để phương trình có nghiệm thực thì $\left\{\begin{array}{l}\frac{7m}{9}\neq m\\ -\frac{9}{7}\leq m\leq\frac{9}{7}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}m\neq 0\\ -\frac{9}{7}\leq m\leq\frac{9}{7}\end{array}\right.$

KL: Hợp hai trường hợp suy ra tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m cần tìm là $S=\left[\frac{-7}{9};\frac{7}{9}\right] \Rightarrow P=a^2+b^2=\left(\frac{-9}{7}\right)^2+\left(\frac{9}{7}\right)^2=\frac{162}{49}$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\cos x}}=\cos x$ có nghiệm thực?

A. 2. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\cos x}}=\cos x$ có nghiệm thực?

A. 2. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\cos x}}=\cos x \Leftrightarrow 3\sqrt[3]{m+3\cos x}=\cos^3 x-m \ (1)$

Đặt $\cos x=u$. Điều kiện $-1\le u\le 1$ và $\sqrt[3]{m+3\cos x}=v \Rightarrow v^3=m+3u \ (2)$

(1) trở thành $u^3=m+3v \ (3)$

Từ (3) và (2) suy ra $u^3-3v=v^3-3u \Leftrightarrow (u-v)(u^2+uv+v^2+3)=0 \Leftrightarrow u=v$

Do $u^2+uv+v^2+3=\left(u+\frac{1}{2}v\right)^2+\frac{3v^2}{4}+3>0, \forall u,v\in\mathbb{R}$

Suy ra: $\sqrt[3]{m+3u}=u \Leftrightarrow m=u^3-3u$ với $u\in[-1;1]$.

Xét hàm số $f(u)=u^3-3u$ với $u\in[-1;1]$. Ta có $f'(u)=3u^2-3$; $f'(u)=0\Leftrightarrow u=\pm 1$ do $u\in[-1;1]$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(u)=2$; $\min\limits_{[-1;1]} f(u)=-2$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-2\le m\le 2$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;\pm1;\pm2\}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+1, & x\ge 1\\ 2x, & x<1.\end{cases}$ Mệnh đề **sai** là

A. $f'\left(1\right)=2$.
B. f không có đạo hàm tại $x_0=1$.
C. $f'\left(0\right)=2$.
D. $f'\left(2\right)=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-2}{x-1}=2;$
$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+1-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x+1\right)=2.$

Vậy $f'\left(1^-\right)=f'\left(1^+\right)=f'\left(1\right)=2.$ Suy ra hàm số có đạo hàm tại $x_0=1.$ Vậy B sai.

Câu 2: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

A. 18 USD/người.
B. 19 USD/người.
C. 14 USD/người.
D. 25 USD/người.

Lời giải

Chọn C

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20+x$ $\left(x+20>0\right)$

Số khách là: $1000-100x$

Tổng thu nhập

$f\left(x\right)=\left(20+x.1+2\right)\left(1000-100x\right)=\left(22+x\right)\left(1000-100x\right)=-100x^2-1200x+22000$

Bảng biến thiên

x	-20		-6		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	↗	$f\left(-6\right)$	↘	$-\infty$

$\max\limits_{\left(-20;+\infty\right)} f\left(x\right)=f\left(-6\right)$.Suy ra giá vé là: $x+20=20-6=14$ USD

Câu 3: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos 3x\left(2\cos 2x+1\right)=1$ trên đoạn $\left[-4\pi;6\pi\right]$ là:

A. 61π.
B. 72π.
C. 50π.
D. 56π.

Lời giải

Chọn C

Xét $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = m\pi$: Thay vào phương trình thấy không thỏa mãn

Xét $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\pi$

$2\cos 3x\left(2\cos 2x + 1\right) = 1$

$\Leftrightarrow 2\left[\cos 5x + \cos x\right] + 2\cos 3x = 1$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos 5x + 2\sin x\cos 3x + 2\sin x\cos x = \sin x$

$\Leftrightarrow \left(\sin 6x - \sin 4x\right) + \left(\sin 4x - \sin 2x\right) + \sin 2x = \sin x$

$\Leftrightarrow \sin 6x = \sin x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k2\pi}{5} \\ x = \dfrac{\pi}{7} + \dfrac{l2\pi}{7} \end{array}\right. \quad \left(k, l \in \mathbb{Z}\right). \\ x \neq m\pi \end{cases}$$

Trước tiên ta cần chỉ ra giữa hai họ nghiệm $x = \dfrac{k2\pi}{5}$ và $x = \dfrac{\pi}{7} + \dfrac{l2\pi}{7}$ không có giá trị trùng nhau.

Thật vậy: Giả sử $\dfrac{\pi}{7} + \dfrac{l2\pi}{7} = \dfrac{k2\pi}{5}$ $\left(k, l \in \mathbb{Z}\right)$

$\Leftrightarrow 14k = 5 + 10l$: Vô lí vì $14k$ là số nguyên chẵn và $5 + 10l$ là số nguyên lẻ.

Với $\begin{cases} x = \dfrac{k2\pi}{5} \\ x \neq m\pi \\ x \in \left[-4\pi; 6\pi\right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in \left\{-10; -9; -8; ...14; 15\right\} \\ k \notin \left\{-10; -5; 0; 5, 10, 15\right\} \end{cases}$

$\Rightarrow$ các giá trị x cần loại bỏ là $-4\pi,\ -2\pi,\ 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi$. Tổng các giá trị này là 6π

Với $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{7} + \dfrac{l2\pi}{7} \\ x \neq m\pi \\ x \in \left[-4\pi; 6\pi\right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l \in \left\{-14; -13; -12; ...19; 20\right\} \\ l \notin \left\{-4; -11; 3; 10; 17\right\} \end{cases}$

$\Rightarrow$ các giá trị x cần loại bỏ là $-\pi,\ -3\pi,\ \pi,\ 3\pi,\ 5\pi$. Tổng các giá trị này là 5π

Vậy tổng nghiệm $S = \left[\sum\limits_{k=-10}^{15}\left(\dfrac{k2\pi}{5}\right) - \left(6\pi\right)\right] + \left[\sum\limits_{l=-14}^{20}\left(\dfrac{\pi}{7} + \dfrac{l2\pi}{7}\right) - 5\pi\right] = 50\pi$.

Câu 4: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho $x, y \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin\left(x + y\right) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \dfrac{\sin^4 x}{y} + \dfrac{\cos^4 y}{x}$

A. $\text{minP} = \dfrac{3}{\pi}$. **B.** $\min P = \dfrac{2}{\pi}$. **C.** $\min P = \dfrac{2}{3\pi}$. **D.** $\min P = \dfrac{5}{\pi}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin\left(x + y\right) = 2 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin^2 y = \sin\left(x + y\right)$

Suy ra: $x+y=\frac{\pi}{2}$

Áp dụng bđt: $\frac{a^2}{m}+\frac{b^2}{n}\ge\frac{(a+b)^2}{m+n}$

Suy ra: $P\ge\frac{\left(\sin^2 x+\sin^2 y\right)}{x+y}=\frac{2}{\pi}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=y=\frac{\pi}{4}$.

Do đó: $\min P=\frac{2}{\pi}$.

Câu 1: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Số nghiệm thuộc đoạn $[0;2017]$ của phương trình $\dfrac{\sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}=4\cos x$ là

A. 1283. **B.** 1285. **C.** 1284. **D.** 1287.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\sin x \neq 0;\ \sin x.\cos x \geq 0$

$$\frac{\sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}=4\cos x \Leftrightarrow \sqrt{1+\cos x}+\sqrt{1-\cos x}=4\sin x\cos x$$

$$\Leftrightarrow 2+2\sqrt{(1+\cos x)(1-\cos x)}=16\sin^2 x\cos^2 x \Leftrightarrow 1+|\sin x|=8\sin^2 x\left(1-\sin^2 x\right) \quad (1)$$

TH1: $\sin x \geq 0$

$$(1)\Leftrightarrow (1+\sin x)\left(8\sin^3 x-8\sin^2 x+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-1 \\ \sin x=\dfrac{1}{2} \\ \sin x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}\end{array}\right. \overset{\sin x\geq 0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} \sin x=\dfrac{1}{2} \\ \sin x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$$

$$*\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \text{ vì } \sin x.\cos x\geq 0 \text{ nên } x=\frac{\pi}{6}+k2\pi .$$

$$*\sin x=\frac{1+\sqrt{5}}{4}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi \\ x=\pi-\arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi\end{array}\right. \text{ vì } \sin x.\cos x\geq 0 \text{ nên}$$

$$x=\arcsin\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi .$$

TH2: $\sin x<0$

$$(1)\Leftrightarrow (1-\sin x)\left(-8\sin^3 x-8\sin^2 x+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=1 \\ \sin x=-\dfrac{1}{2} \\ \sin x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{4}\end{array}\right. \overset{\sin x<0}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} \sin x=-\dfrac{1}{2} \\ \sin x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$$

$$*\sin x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \text{ vì } \sin x.\cos x\geq 0 \text{ nên } x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi .$$

$* \sin x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi \\ x=\pi-\arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi \end{array}\right.$

vì $\sin x.\cos x \ge 0$ nên $x=\pi-\arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi$.

Xét nghiệm thuộc đoạn $[0;2017]$:

*Với $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \Rightarrow 0\le \dfrac{\pi}{6}+k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0\le k\le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x=\arcsin\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi=\dfrac{3\pi}{10}+k2\pi \Rightarrow 0\le \dfrac{3\pi}{10}+k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0\le k\le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \Rightarrow 0\le \dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0\le k\le 320$ có 321 nghiệm.

*Với $x=\pi-\arcsin\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)+k2\pi=\dfrac{13\pi}{10}+k2\pi \Rightarrow 0\le \dfrac{13\pi}{10}+k2\pi \le 2017 \Leftrightarrow 0\le k\le 320$ có 321 nghiệm.

*Vậy có tổng cộng $321.4=1284$ nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Gọi M, m lần lượt là giá lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^{2018}x+\cos^{2018}x$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó:

A. $M=2, m=\dfrac{1}{2^{1008}}$. **B.** $M=1$, $m=\dfrac{1}{2^{1009}}$. **C.** $M=1$, $m=0$. **D.** $M=1$, $m=\dfrac{1}{2^{1008}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\sin^{2018}x+\cos^{2018}x=\left(\sin^2 x\right)^{1009}+\left(1-\sin^2 x\right)^{1009}$.

Đặt $t=\sin^2 x$, $0\le t\le 1$ thì hàm số đã cho trở thành $y=t^{1009}+(1-t)^{1009}$.

Xét hàm số $f(t)=t^{1009}+(1-t)^{1009}$ trên đoạn $[0;1]$.

Ta có: $f'(t)=1009.t^{1008}-1009.(1-t)^{1008}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow 1009t^{1008}-1009(1-t)^{1008}=0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{1-t}{t}\right)^{1008}=1 \Leftrightarrow \dfrac{1-t}{t}=1 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Mà $f(1)=f(0)=1$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2^{1008}}$.

Suy ra $\max\limits_{[0;1]} f(t)=f(0)=f(1)=1$, $\min\limits_{[0;1]} f(t)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2^{1008}}$

Vậy $M=1$, $m=\dfrac{1}{2^{1008}}$.

Câu 3: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm m để phương trình $2\sin^2 x-(2m+1)\sin x+2m-1=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

A. $-1<m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn. D.

Đặt $t=\sin x$, $t\in(-1;0)$, phương trình trở thành: $2t^2-(2m+1)t+2m-1=0$

Theo yêu cầu bài toán ta tìm m để phương trình $2t^2-(2m+1)t+2m-1=0$ có nghiệm $t\in(-1;0)$

$$2t^2-(2m+1)t+2m-1=0 \Leftrightarrow 2t^2-t-1+m(-2t+2)=0 \Leftrightarrow m=\frac{2t^2-t-1}{2t-2}=\frac{2t+1}{2}$$

Đặt $f(t)=\frac{2t+1}{2}$, $t\in(-1;0)$, $f(t)$ là hàm đồng biến nên $f(-1)<m<f(0) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$.

Câu 4: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+xyz=z$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}+\frac{x^2\left(1+\sqrt{yz}\right)^2}{(y+z)(x^2+1)}$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(1,3;1,4)$. **B.** $(0,8;0,9)$. **C.** $(1,7;1,8)$. **D.** $(1,4;1,5)$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $x+y+xyz=z \Leftrightarrow x.\frac{1}{z}+y.\frac{1}{z}+xy=1$.

Đặt $x=\tan\frac{A}{2}$, $y=\tan\frac{B}{2}$ và $\frac{1}{z}=\tan\frac{C}{2}$ thay vào hệ thức trên ta được

$\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}+\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}+\tan\frac{C}{2}\tan\frac{A}{2}=1$, suy ra A, B, C là ba góc của tam giác.

Từ đó ta có $\frac{2x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}=2\sin\frac{A}{2}\cos^2\frac{A}{2}$ và $\frac{x^2}{(x^2+1)}=\sin^2\frac{A}{2}$.

$$\frac{\left(1+\sqrt{yz}\right)^2}{(y+z)}=\frac{\left(\sqrt{\tan\frac{C}{2}}+\sqrt{\tan\frac{B}{2}}\right)^2}{\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}+1}=\frac{\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\left(\tan\frac{B}{2}+\tan\frac{C}{2}+2\sqrt{\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}}\right)}{\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\left(\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}+1\right)}$$

$$=\frac{\sin\frac{B+C}{2}+\sqrt{\sin B\sin C}}{\cos\frac{B-C}{2}}=\frac{\cos\frac{A}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left[\cos(B-C)-\cos(B+C)\right]}}{\cos\frac{B-C}{2}}$$

$$=\frac{\cos\frac{A}{2}+\sqrt{\cos^2\frac{B-C}{2}-1+\cos^2\frac{A}{2}}}{\cos\frac{B-C}{2}}\le\frac{\cos\frac{A}{2}+\sqrt{1-1+\cos^2\frac{A}{2}}}{1}=2\cos\frac{A}{2}.$$

Vậy $P \le 2\sin\frac{A}{2}\cos^2\frac{A}{2} + 2\sin^2\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2} = \sin A\left(\sin\frac{A}{2} + \cos\frac{A}{2}\right) = \sqrt{2}\sin A.\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \le \sqrt{2}$.

Dấu bằng đạt được khi $\begin{cases} B = C \\ \sin A = 1 \\ \sin\left(\frac{A}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{\pi}{2} \\ B = C = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{2} - 1 \\ z = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\cos^2 x + \sqrt{\cos x + m} = m$ có nghiệm là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos^2 x + \sqrt{\cos x + m} = m$ suy ra $m \ge 0$.

Đặt $\sqrt{\cos x + m} = t$, $t \ge 0$. Phương trình trở thành: $\begin{cases} \cos^2 x + t = m \\ t^2 - \cos x = m \end{cases}$

$\Rightarrow \left(\cos^2 x - t^2\right) + \left(t + \cos x\right) = 0 \Leftrightarrow \left(\cos x + t\right)\left(\cos x - t + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -t \\ \cos x - t + 1 = 0 \end{array}\right.$.

□□Trường hợp 1: $\cos x = -t \Rightarrow \sqrt{\cos x + m} = -\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \le 0 \\ \cos^2 x - \cos x = m \end{cases}$.

Đặt $u = \cos x$ $\left(-1 \le u \le 0\right)$.

Xét $f\left(u\right) = u^2 - u$, ta có $f'\left(u\right) = 2u - 1$; $f'\left(u\right) = 0 \Leftrightarrow u = \frac{1}{2}$.

Do đó với $-1 \le u \le 0$ suy ra $f'\left(u\right) < 0$ với mọi $u \in \left[-1;0\right]$.

Suy ra $f\left(-1\right) \ge f\left(u\right) \ge f\left(0\right) \Rightarrow 2 \ge f\left(u\right) \ge 0$.

Để phương trình có nghiệm thì $m \in \left[0;2\right]$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \left\{0;1;2\right\}$.

□□Trường hợp 2: $\cos x - t + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\cos x + m} = 1 + \cos x \Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x + 1 = m$.

Đặt $v = \cos x$, $-1 \le v \le 1$. Ta có $m = v^2 + v + 1 = g\left(v\right)$, $g'\left(v\right) = 2v + 1 = 0 \Leftrightarrow v = -\frac{1}{2}$.

Vẽ bảng biến thiên ta được:

v	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$g'\left(v\right)$		$-$	0	$+$	
$g\left(v\right)$	1	↘	$\frac{3}{4}$	↗	3

Để phương trình có nghiệm thì $m \in \left[\frac{3}{4};3\right]$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \left\{1;2;3\right\}$.

Vậy có tất cả 4 số nguyên m thỏa mãn bài toán.

Câu 6: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Số nghiệm của phương trình: $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2\left(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x\right) + \cos 2x$ trên $\left[-10;30\right]$ là:

A. 46. **B.** 51. **C.** 50. **D.** 44.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sin^{2015}x-\cos^{2016}x=2\left(\sin^{2017}x-\cos^{2018}x\right)+\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{2015}x\left(1-2\sin^2 x\right)+\cos^{2016}x\left(2\cos^2 x-1\right)=\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{2015}x.\cos 2x+\cos^{2016}x.\cos 2x=\cos 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin^{2015}x+\cos^{2016}x=1\end{array}\right.$.

Với $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in\left[-10;30\right]\Rightarrow -10\le\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\le 30 \Leftrightarrow -\frac{20}{\pi}-\frac{1}{2}\le k\le\frac{60}{\pi}-\frac{1}{2}\Rightarrow -6\le k\le 18$.

Với $\sin^{2015}x+\cos^{2016}x=1$. Ta có $\sin^{2015}x\le\sin^2 x;\cos^{2016}x\le\cos^2 x$.

Do đó $1=\sin^{2015}x+\cos^{2016}x\le\sin^2 x+\cos^2 x=1$ suy ra $\left[\begin{array}{l}\sin x=0,\cos x=\pm 1\\ \sin x=1,\cos x=0\end{array}\right.$.

Nếu $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in\left[-10;30\right]\Rightarrow -10\le k\pi\le 30 \Leftrightarrow \frac{-10}{\pi}\le\pi\le\frac{30}{\pi}\Rightarrow -3\le k\le 9$.

Nếu $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in\left[-10;30\right]\Rightarrow -10\le\frac{\pi}{2}+k2\pi\le 30 \Leftrightarrow -\frac{5}{\pi}-\frac{1}{4}\le k\le\frac{15}{\pi}-\frac{1}{4}\Rightarrow -1\le k\le 4$.

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là: $13+6+25=44$.

Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{\sin x+2}+\sqrt[3]{m-\sin x}=2$ có nghiệm.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{\sin x+2}+\sqrt[3]{m-\sin x}=2$.

Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{\sin x+2} \\ v=\sqrt[3]{m-\sin x} \end{cases}$ $\left(1\le u\le\sqrt{3}\right)$. Khi đó $\begin{cases} u^2=\sin x+2 \\ v^3=m-\sin x \end{cases}$ $\Rightarrow u^2+v^3=m+2$ (*).

Ta lại có $u+v=2\Rightarrow v=2-u$.

(*) trở thành $u^2+(u-2)^3=m+2$ (1) $\Leftrightarrow m=u^3-5u^2+12u-10=f(u)$, $\left(1\le u\le\sqrt{3}\right)$.

Trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(u)=-3u^2+14u-12$, $f'(u)=0\Leftrightarrow u=\dfrac{7-\sqrt{13}}{3}\in\left[1;\sqrt{3}\right]$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì (1) có nghiệm $1\le u\le\sqrt{3}$ hay

$f\left(\dfrac{7-\sqrt{13}}{3}\right)\le m\le f\left(\sqrt{3}\right)\Rightarrow m\in\{0;1\}$) Vì m nguyên).

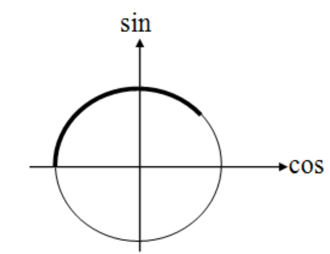
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa đề bài.

Câu 2: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)-2=m$ có đúng một nghiệm thực thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $x\in\left(0;\dfrac{3\pi}{4}\right)\Rightarrow\dfrac{\pi}{4}<x+\dfrac{\pi}{4}<\pi\Rightarrow 0<\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\le 1\Rightarrow 0<\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$.

Mặt khác $\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin x+\cos x$.

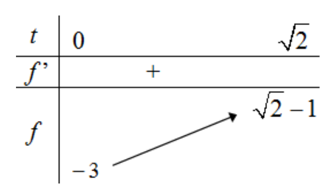
Đặt $\sin x+\cos x=t$ với $t\in\left(0;\sqrt{2}\right]\Rightarrow\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x.\cos x=t^2$ $\Rightarrow\sin 2x=t^2-1$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2-1+t-2=m\Leftrightarrow t^2+t-3=m$ $(*)$.

Xét $f(t)=t^2+t-3$ với $t\in\left(0;\sqrt{2}\right]$.

Ta có $f'(t)=2t+1$. Do đó $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$ (loại).

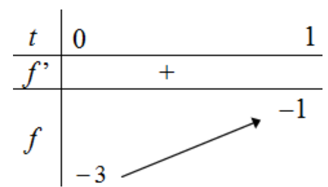
Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $(*)$ có nhiều nhất một nghiệm t. Do đó để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực x thuộc khoảng $\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$ thì $\left[\begin{array}{l} t=\sqrt{2} \\ 0<t\le 1 \end{array}\right.$.

Với $t=\sqrt{2}$ thay vào phương trình $(*)$: $2+\sqrt{2}-3=m \Leftrightarrow m=\sqrt{2}-1\notin\mathbb{Z}$.

Với $0<t\le 1$ ta có bảng biến thiên



Vậy $-3<m\le -1 \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của m là -2 và -1.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;-4)$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho qua điểm M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C).

A. 20. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 12.

Câu 5: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

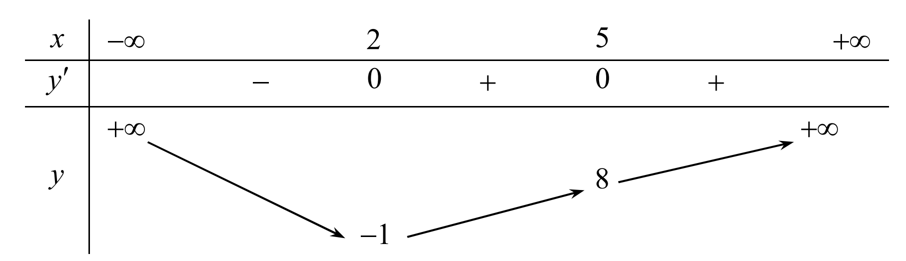
Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Đạo hàm: $y'=1+\frac{m-1}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+m+3}{(x-2)^2}$.

Xét hàm số $f(x)=x^2-4x+3$ trên $[5;+\infty)$.

Đạo hàm: $f'(x)=2x-4$. Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=-1$. Ta có: $f(5)=8$.

Bảng biến thiên:



Do $(x-2)^2>0$ với mọi $x\in[5;+\infty)$ nên $y'\ge 0$, $\forall x\in[5;+\infty)$ khi và chỉ khi $f(x)\ge -m$, $\forall x\in[5;+\infty)$. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-m\le 8 \Leftrightarrow m\ge -8$.

Mà m nguyên âm nên ta có: $m\in\{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\dfrac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $\left[5;+\infty\right)$.

Câu 6: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;-4)$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho qua điểm M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C).

A. 20. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $y'=3x^2-6x$.

Ta nhận thấy các đường thẳng $x=a$ với $a\in\mathbb{R}$ không phải là tiếp tuyến của (C) và một đường thẳng không thể tiếp xúc với đồ thị hàm số bậc ba tại hai điểm phân biệt.

Giả sử phương trình đường thẳng đi qua $M(m;-4)$ là $d: y=k(x-m)-4$ với $k\in\mathbb{R}$ là hệ số góc của đường thẳng.

Qua M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C) khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} k=3x^2-6x \\ k(x-m)-4=x^3-3x^2 \end{cases}$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (3x^2-6x)(x-m)=x^3-3x^2$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2x^3-3(m+1)x^2+6mx=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x\left[2x^2-3(m+1)x+6m\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2x^2-3(m+1)x+6m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=9(m+1)^2-48m>0 \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2-30m+9>0 \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<\dfrac{1}{3} \\ m>3 \end{array}\right. \\ m\neq 0 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên và với $\begin{cases} m\in[-10;10] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$ ta có $m\in\{-10;-9;...;-1;4;5;...;10\}$.

Vậy có 17 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7: **(THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left(8\sin^3x-m\right)^3=162\sin x+27m$ có nghiệm thỏa mãn $0<x<\dfrac{\pi}{3}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2\sin x$, với $0<x<\dfrac{\pi}{3}$ thì $t\in\left(0;\sqrt{3}\right)$.

Phương trình đã cho trở thành $\left(t^3-m\right)^3=81t+27m$.

Đặt $u=t^3-m \Rightarrow t^3=u+m$.

Khi đó ta được $\begin{cases} u^3 = 27(3t+m) \\ (3t)^3 = 27(u+m) \end{cases} \Rightarrow u^3 - (3t)^3 = 27(3t-u) \Leftrightarrow u^3 + 27u = (3t)^3 + 27.3t$ $(*)$

Xét hàm số $f(v) = v^3 + 27v$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có nên hàm số đồng biến.

Do đó $(*) \Leftrightarrow u = 3t \Rightarrow t^3 - 3t = m$ (1)

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ trên khoảng $(0;\sqrt{3})$.

có $f'(t) = 3t^2 - 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (vì $t > 0$).

Bảng biến thiên

t	0		1		$\sqrt{3}$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi.

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 1: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho phương trình $\left(1+\cos x\right)\left(\cos 4x-m\cos x\right)=m\sin^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$.

A. $m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

B. $m\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-1;1\right)$.

D. $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(1+\cos x\right)\left(\cos 4x-m\cos x\right)=m\sin^2 x\Leftrightarrow\left(1+\cos x\right)\left(\cos 4x-m\cos x\right)-m\left(1-\cos^2 x\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(1+\cos x\right)\left[\cos 4x-m\cos x-m\left(1-\cos x\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos 4x=m\end{array}\right.$.

➢ Xét phương trình $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\ \ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Phương trình $\cos x=-1$ không có nghiệm trong đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$.

Cách 1:

➢ Xét phương trình $\cos 4x=m$. Đặt $f\left(x\right)=\cos 4x$. Ta có: $f'\left(x\right)=-4\sin 4x$.

Xét $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\sin 4x=0\Leftrightarrow 4x=k\pi\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{4}\ \ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Xét trong đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ thì ta có: $x\in\left\{0;\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right\}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{2\pi}{3}$
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\frac{1}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $\cos 4x=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trong đoạn $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ khi và chỉ khi $-\frac{1}{2}\le m<1$.

Cách 2:

➢ Xét $\cos 4x=m$. Ta có $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]\Leftrightarrow 4x\in\left[0;\frac{8\pi}{3}\right]$.

Với $4x\in\left[0;2\pi\right]\backslash\left\{\pi\right\}$ và $m\in\left(-1;1\right]$ phương trình $\cos 4x=m$ có 2 nghiệm.

Với $4x\in\left(2\pi;\frac{8\pi}{3}\right]$ và $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$ phương trình $\cos 4x=m$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ khi $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{80}{x^2+32x+332}\right)=0$?

A. Số nghiệm của phương trình là 8.
B. Tổng các nghiệm của phương trình là 8.
C. Tổng các nghiệm của phương trình là 48.
D. Phương trình có vô số nghiệm thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 3: Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{80}{x^2+32x+332}\right)=0$?

A. Số nghiệm của phương trình là 8.
B. Tổng các nghiệm của phương trình là 8.
C. Tổng các nghiệm của phương trình là 48.
D. Phương trình có vô số nghiệm thuộc $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình đã cho tương đương với $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right)=\sin\left(\frac{80}{x^2+32x+332}\right)\quad(*)$.

Ta biết rằng hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. Ta chỉ ra rằng các hàm số

$f(x)=\frac{x}{x^2+6}$ và $g(x)=\frac{80}{x^2+32x+332}$ nhận giá trị trong khoảng này.

Thật vậy, ta có $\left|\frac{x}{x^2+6}\right|\le\left|\frac{x}{2\sqrt{6x^2}}\right|=\frac{1}{2\sqrt{6}}$

và $0<\frac{80}{x^2+32x+332}=\frac{80}{(x+16)^2+76}\le\frac{80}{76}<\frac{\pi}{2}$.

Từ các đánh giá trên, $(*)$ xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{x}{x^2+6}=\frac{80}{x^2+32x+332}\Leftrightarrow x^3-48x^2+332x-480=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=6\\x=40\end{array}\right..$$

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2+6+40=48$.